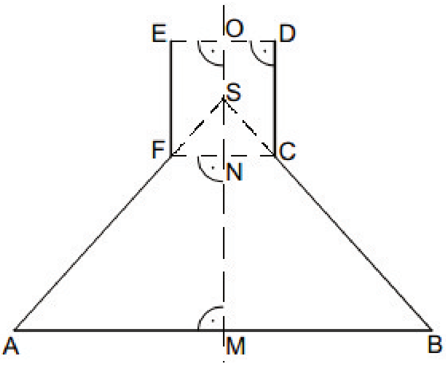
Rotationskörper



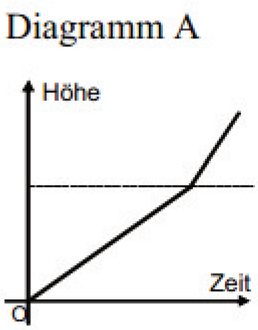
1.0. Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines oben offenen Gefäßes. OM ist die Symmetrieachse.
Es gilt:
$\overline{OM} = 10{,}0\ cm;\ \overline{ON} = 4{,}0\ cm;\ \overline{FN} = 1{,}8\ cm;\ \sphericalangle MAF = 48°.$
Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

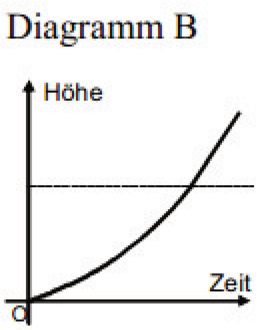
1.1. Berechnen Sie den Durchmesser des Gefäßbodens.
[Teilergebnisse: $\overline{SN} = 2{,}0\ cm;\ \overline{AM} = 7{,}2\ cm$]

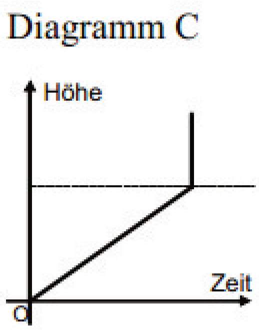
1.2. Das waagrecht stehende Gefäß ist bis zu einer Höhe von 6 cm mit Wasser gefüllt. Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen des Wassers im Gefäß.

1.3. In das mit Wasser gefüllte Gefäß aus 1.2 wird eine massive Eisenkugel mit Radius r = 1,7 cm hineingelegt.
Berechnen Sie die Zunahme h der Höhe des Wasserstandes.

1.4. In das leere Gefäß aus 1.0 fließt gleichmäßig Wasser.
Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes mit der Zeit ändert. Begründen Sie ihre Wahl.







1.0. –

1.1.

- $\overline{SN}$

  $\tan 48° = \frac{\overline{SN}}{1{,}8\ cm} \Rightarrow \overline{SN} = 1{,}8\ cm \cdot \tan 48° = 2{,}0\ cm$
- $\overline{MS} = \overline{OM} - \overline{ON} + \overline{SN} = 8\ cm$
- $\tan 48° = \frac{8\ cm}{\overline{AM}} \Rightarrow \overline{AM} = \frac{8\ cm}{\tan 48°} = 7{,}2\ cm$
- $\overline{AB} = \overline{AB} \cdot 2 = 14{,}4\ cm$

1.2. Kegel ABS hat eine Höhe von 8 cm. $V_{Kegel\ ABS} - V_{Kegel\ leer}$

- $V_{Kegel\ ABS} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (7{,}2\ cm)^2 \cdot 8\ cm = 434{,}3\ cm^3$
- $V_{Kegel\ leer} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (r)^2 \cdot 2\ cm$

  $\frac{r}{\overline{AM}} = \frac{\overline{SM} - 6\ cm}{\overline{SM}} \Leftrightarrow r = \frac{2\ cm}{8\ cm} \cdot 7{,}2\ cm = 1{,}8\ cm = \overline{FN}$

  $V_{Kegel\ leer} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}8\ cm)^2 \cdot 2\ cm = 6{,}8\ cm^3$
- $V = V_{Kegel\ ABS} - V_{Kegel\ leer} = 427.5\ cm^3$

1.3.

- $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}7\ cm)^3 = 20{,}6\ cm^3$
- Da das Wasser schon bis zum zylinderförmigen Teil des Gefäßes steht, drückt die Eisenkugel das Wasser ausschließlich in diesen Teil. Es muss also das Volumen eines Zylinders berechnet werden, der das gleiche Volumen besitzt.

  $V_{Zylinder} = 20{,}6\ cm^3 = \pi \cdot (1{,}8\ cm)^2 \cdot h$

  $\frac{20{,}6\ cm^3}{\pi \cdot (1{,}8\ cm)^2} = h = 2{,}0\ cm$

1.4. Diagramm B

Im kegelförmigen Teil nimmt die Höhe erst langsam zu, dann immer mehr. Im zylinderförmigen Teil nimmt sie gleichmäßig zu.