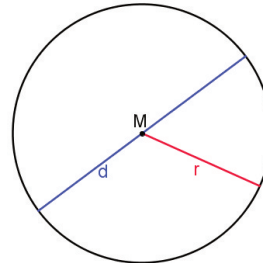


Kreis, Kreisring, -sektor, -bogen, -segment

Bei einem Kreis steht der Kreisumfang in Verhältnis zum Durchmesser. Bisher war diese Zahl als Näherungswert 3,14 bekannt. Im Folgenden nennen wir diese Kreiszahl π (lies „Pi“). Sie ist eine irrationale Zahl (unendlich, nicht periodische Nachkommastellen).

Kreisformeln (FS S. 34 und folgende)

- Radius eines Kreises: r
- Durchmesser: $d (= 2 \cdot r)$
- Umfang: $U = d \cdot \pi$ oder $U = 2 \cdot r \cdot \pi$
- Flächeninhalt: $A = r^2 \cdot \pi$



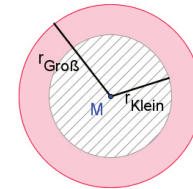
Kreisring

Unter einem Kreisring versteht man einen großen Kreis, aus dem ein kleiner Kreis herausgeschnitten wird. Der Flächeninhalt des Kreisringes lässt sich dabei wie folgt berechnen:

$$A = \pi \cdot r_{\text{groß}}^2 - \pi \cdot r_{\text{klein}}^2$$

bzw.

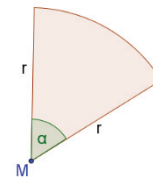
$$A = \pi \cdot (r_{\text{groß}}^2 - r_{\text{klein}}^2)$$



Kreisesektor

Ein Kreisesektor ist eine Teilfläche des Kreises ausgehend vom Mittelpunkt (vergleiche Kuchenstück). Die Länge eines Schenkels entspricht dabei dem Radius r . Der Winkel zwischen den Schenkeln heißt **Mittelpunktswinkel α** .

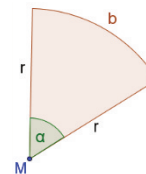
$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



Kreisbogen

Der Kreisbogen ist die Kurve eines Kreisesektors. Die Länge des Bogens wird meist als b bezeichnet.

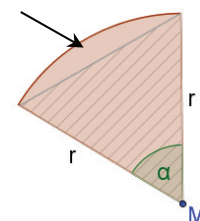
$$b = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



Kreissegment

Das Kreissegment ist eine Teilfläche des Kreisesektors. Es entsteht, wenn man von der Fläche des Kreisesektors das dreieckige Stück wegnimmt.

$$A = A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Dreieck}}$$



Berechnungen am Kreis

- Suche je nach Frage die passende Formel und setze bekannte Größen ein.
 - Löse nach der fehlenden Größe auf
oder
 - a) [SOLVER]
 - b) Gleichung eingeben
 - c) so oft [EXE], bis sich der Wert nicht mehr ändert.
- Schreibe z.B.: $40 \text{ cm}^2 = (5 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow [\text{SOLVER}] \rightarrow \alpha = 183,35^\circ$

1) Berechne die fehlende Größe

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $r = 2 \text{ cm}; A = ?$ | b) $r = 9 \text{ cm}; A = ?$ | c) $r = 5 \text{ cm}; U = ?$ |
| d) $r = 7 \text{ cm}; A = ?$ | e) $r = 3 \text{ cm}; U = ?$ | f) $r = 6 \text{ cm}; U = ?$ |
| g) $A = 9 \text{ cm}^2; r = ?$ | h) $U = 26 \text{ cm}; r = ?$ | i) $A = 81 \text{ cm}^2; r = ?$ |
| j) $A = 36 \text{ cm}^2; d = ?$ | k) $U = 17 \text{ cm}; A = ?$ | l) $A = 100 \text{ cm}^2; U = ?$ |
| m) $d = 9 \text{ cm}; U = ?$ | n) $U = 54 \text{ cm}; d = ?$ | o) $A = 88 \text{ cm}^2; d = ?$ |

2) Berechne den Flächeninhalt des Kreisrings.

- | | | |
|---|--|--|
| a) $r_1 = 9 \text{ cm}; r_2 = 7 \text{ cm}$ | b) $r_1 = 5 \text{ cm}; r_2 = 2 \text{ cm}$ | c) $r_1 = 8 \text{ cm}; r_2 = 1 \text{ cm}$ |
| d) $r_1 = 11 \text{ cm}; r_2 = 10,5 \text{ cm}$ | e) $r_1 = 5 \text{ cm}; r_2 = 9 \text{ cm}$ | f) $r_1 = 2 \text{ cm}; r_2 = 5 \text{ cm}$ |
| g) $A = 200 \text{ m}^2; r_{\text{gro\ss}} = 9 \text{ m}$ | h) $A = 800 \text{ m}^2; r_{\text{klein}} = 2 \text{ m}$ | i) $A = 1000 \text{ m}^2; r_{\text{gro\ss}} = 2 \text{ m}$ |

3) Berechne die fehlende Größe im Kreissektor

- | | | |
|--|--|---|
| a) $r = 2 \text{ cm}; \alpha = 30^\circ; A = ?$ | b) $r = 4 \text{ cm}; \alpha = 60^\circ; A = ?$ | c) $r = 3 \text{ cm}; \alpha = 55^\circ; A = ?$ |
| d) $r = ?; \alpha = 45^\circ; A = 30 \text{ cm}^2$ | e) $r = 15 \text{ cm}; \alpha = 95^\circ; A = ?$ | f) $A = 75,5 \text{ m}^2; r = 4; \alpha = ?$ |
| g) $r = 2 \text{ cm}; \alpha = 30^\circ; b = ?$ | h) $r = 4 \text{ cm}; \alpha = 60^\circ; b = ?$ | i) $r = 3 \text{ cm}; \alpha = 55^\circ; b = ?$ |
| j) $r = ?; \alpha = 45^\circ; b = 30 \text{ cm}$ | k) $r = 15 \text{ cm}; \alpha = 95^\circ; b = ?$ | l) $b = 75,5 \text{ m}; r = 4; \alpha = ?$ |

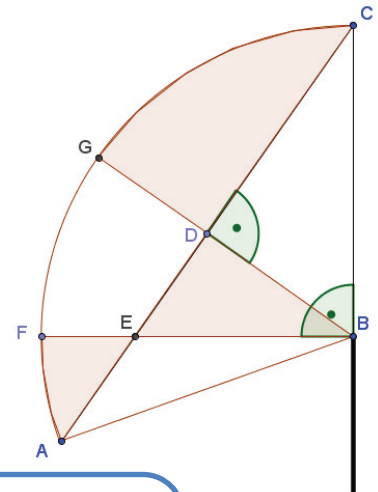
4) Bei Oettingen soll ein Kreisverkehr gebaut werden. In die Mitte des Kreisverkehrs kommt ein alter Kessel der naheliegenden Brauerei. Der Baumeister schlägt deswegen folgenden Plan vor: Der innere Kreis soll einen Radius von 5 m haben. Damit hat der Kessel als Ausstellungsstück genügend Platz. Der Kreisverkehr selbst soll einen Durchmesser von 12 m haben, damit auch Lastwagen gut durchfahren können.

- Wie viel Asphalt wird für den Kreisring, auf dem dann die Autos fahren, benötigt?
- Wie viel kostet der Asphalt, wenn der Bauhof 110,20€ / m² verlangt?
- Begründe der Bürgermeisterin von Oettingen, ob dieser Kreisverkehr gebaut werden soll.

5) Harte Nuss:

Nebenstehende Skizze zeigt das Segel eines Windsurfboards. Berechne die farbige Fläche mit folgenden Angaben:

$\sphericalangle CBA = 110^\circ; \overline{BC} = 120 \text{ cm}; \overline{AC} = 196 \text{ cm}; \overline{BD} = 68 \text{ cm}; \overline{BE} = 84 \text{ cm}$
 BG ist Winkelhalbierende.



5) **Lösungen:**

Teilstück GDC: $\sphericalangle GBC = 55^\circ$ (Winkelhalb. zu 110°); $A_{\text{sektorGBC}} = \pi \cdot \frac{BC^2}{360^\circ} \cdot \frac{360^\circ}{55^\circ} = 6911,50 \text{ m}^2$; $A_{\text{DGC}} = A_{\text{sektorGBC}} - A_{\text{DBC}} = 3579,5 \text{ m}^2$

Teilstück EBD: $A_{\text{DGC}} - A_{\text{DBC}} = 3579,5 \text{ m}^2$

$A_{\text{ABD}} - A_{\text{DBC}} = (0,5 \cdot \overline{BE} \cdot \overline{BC}) - 3332 \text{ m}^2 = 1708 \text{ m}^2$

Teilstück AEF: $A_{\text{DGC}} = A_{\text{ABD}}$ (da BG Winkelhalb.); $\sphericalangle FBA = \sphericalangle ABC - 90^\circ = 20^\circ$; $A_{\text{DAB}} = A_{\text{DABD}} - A_{\text{DABE}} = 1624 \text{ m}^2$; $A_{\text{sektorABF}} = \pi \cdot \frac{BC^2}{360^\circ} \cdot \frac{360^\circ}{\sphericalangle FBA} = 2513,27 \text{ m}^2$

$A_{\text{AEF}} = A_{\text{sektorABF}} - A_{\text{DABE}} = 889,27 \text{ m}^2$

$A_{\text{rot}} = A_{\text{DAB}} + A_{\text{AEF}} + A_{\text{DGC}} = 6176,77 \text{ m}^2$

4a) $A=34,56 \text{ m}^2$; b) $3808,51\text{€}$; c) Nein, da die Fahrbreite für Autos dabei 1m wäre.

3a) $1,05$; b) $8,38$; c) $4,32$; d) $8,74$; e) $186,53$; f) $\alpha = -^\circ$; g) $1,05$; h) $4,19$; i) $2,88$; j) $38,20$; k) $24,87$; l) $1081,46$

h) $r_{\text{gro\ss}}=16,08 \text{ m}$; i) $r_{\text{klein}}=899,82 \text{ cm}$

2a) $A=100,53 \text{ cm}^2$; b) $A=65,97 \text{ cm}^2$; c) $A=197,92 \text{ cm}^2$; d) $A=33,77 \text{ cm}^2$; e) $A=175,93 \text{ cm}^2$; f) $A=65,97 \text{ cm}^2$; g) $r_{\text{klein}}=4,16 \text{ m}$.

i) $d = 6,78 \text{ cm}$; j) $d = 23,07 \text{ cm}^2$; l) $U=35,44 \text{ cm}$; m) $28,27 \text{ cm}$; n) $17,19 \text{ cm}$; o) $d=10,58$

Lösungen: 1a) $12,57 \text{ cm}^2$; b) $254,47 \text{ cm}^2$; c) $31,42 \text{ cm}$; d) $153,94 \text{ cm}^2$; e) $18,85 \text{ cm}$; f) $37,70 \text{ cm}$; g) $r=1,69 \text{ cm}$; h) $r=4,14 \text{ cm}$.