





Schwerpunkt eines Dreiecks

QR-Codes

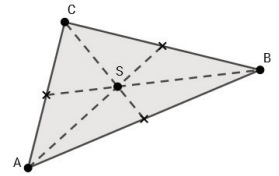
Online Übung  Geogebra: (Schwer-) Punkt berechnen	Youtube  Erklärung	Youtube  Berechnen Schwerpunkt	Youtube  Berechnen Eckpunkt		
--	---	---	--	--	--

Sicherlich hast du schon einmal probiert, ein Geodreieck auf einem Finger zu balancieren. Durch Ausprobieren hast du sicherlich herausgefunden, dass es dafür genau einen Punkt gibt: den Schwerpunkt.

In jedem Dreieck gibt es einen Schwerpunkt. Zeichnet man die Seitenhalbierenden eines Dreiecks ein (von einem Eckpunkt zu Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite), so schneiden sich diese Seitenhalbierenden in einem Punkt. Genau dort liegt der Schwerpunkt des Dreiecks. Im Koordinatensystem ist es sogar möglich, die Koordinaten des Schwerpunkts zu berechnen, wenn alle Eckpunkte des Dreiecks bekannt sind.

Dafür gilt: (FS S. 44)

$$S \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3} \mid \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$



Weiter gilt, dass der Schwerpunkt die Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1 teilt, z.B. $\overline{AS} : \overline{SM}_a = 2 : 1$. Die Strecke [AS] ist doppelt so lang wie die Strecke [SM_a].

Schwerpunkt berechnen

Bsp.: A(-2|-3); B(7|-1); C(1|4); S(?|?)

1	Nimm die Formel und setze für x_A , x_B und x_C die x-Koordinaten der Punkte ein. Setze für y_A , y_B und y_C die y-Koordinaten der Punkte ein.	$S \left(\frac{-2 + 7 + 1}{3} \mid \frac{-3 + (-1) + 4}{3} \right)$
2	Vereinfache soweit wie möglich.	$S \left(\frac{6}{3} \mid \frac{0}{3} \right)$ $S(2 0)$

Eckpunkt berechnen

Bsp.: A(-2|-3); C(1|4); S(2|0); B(?|?)

1	Ausgangslage bildet wieder die Formel. Zerlege sie diesmal, so dass du die x-Koordinate und y-Koordinate einzeln berechnest. $x_S = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \quad y_S = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$ Setze die entsprechenden Koordinaten ein.	<ul style="list-style-type: none"> $2 = \frac{-2 + x_B + 1}{3}$ $0 = \frac{-3 + y_B + 4}{3}$
2	Löse nach der gesuchten Variable auf.	<ul style="list-style-type: none"> $2 = \frac{-2 + x_B + 1}{3} \quad \cdot 3$ $6 = -2 + x_B + 1 \quad + 1$ $7 = x_B$ $0 = \frac{-3 + y_B + 4}{3} \quad \cdot 3$ $0 = -3 + y_B + 4 \quad - 1$ $-1 = y_B$
3	Schreibe die Koordinaten des Punkts nochmals auf.	B(7 -1)

Verwechsle den Schwerpunkt S nicht mit dem Scheitelpunkt S.

Übungen

Runde, wenn nötig, auf **zwei Nachkommastellen**.

Schreibe die Punktkoordinaten erst **in dein Heft ab und löse sie dort**. Halte dich an die korrekte und vollständige Schreibweise.

Rechenzeit: jeweils ca. 2-4 Minuten

Schreibweise: Berechnung Schwerpunkt
A(-2|1); B(7|-2); C(4|4)

$$S\left(\frac{-2+7+4}{3} \mid \frac{1-2+4}{3}\right)$$

S(3|1)

Schreibweise: Berechnung Eckpunkt
A(1|3); B(7|1); C(?|?); S(5|4)

$$\begin{aligned} 5 &= \frac{1+7+x_C}{3} & | \cdot 3 \\ 15 &= 1+7+x_C & | - 8 \\ 7 &= x_C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 &= \frac{3+1+y_C}{3} & | \cdot 3 \\ 12 &= 3+1+y_C & | - 4 \\ 8 &= y_C \end{aligned}$$

C(7|8)

1) Gegeben ist das Dreieck ABC. Berechne die Koordinaten des Schwerpunkts S.

- | | |
|--|---|
| a) A(-10 -6), B(0 -3), C(-5 15); S(? ?) | b) A(1 -5), B(7 -3), C(7 2); S(? ?) |
| c) A(-6 4), B(8 4), C(-5 22); S(? ?) | d) A(-3 -3), B(12 0), C(9 27); S(? ?) |
| e) A(-14 -2), B(-7 -14), C(-9 1); S(? ?) | f) A(-7 -3), B(2 2), C(-4 31); S(? ?) |
| g) A(-14 5), B(-2 -11), C(4 -6); S(? ?) | h) A(-5 8), B(4 -4), C(13 2); S(? ?) |
| i) A(-11 -9), B(5 -2), C(-6 35); S(? ?) | j) A(-12 7), B(-1 -9), C(1 2); S(? ?) |
| k) A(-14 -6), B(-2 -6), C(-8 18); S(? ?) | l) A(-13 9), B(-9 -7), C(-8 -8); S(? ?) |

2) Gegeben ist das Dreieck ABC mit Schwerpunkt S. Berechne die Koordinaten des fehlenden Eckpunkts.

- | | |
|--|---|
| a) B(4 4), C(6 36), S(3 10), A(? ?) | b) A(2 0), C(7 12), S(9 2), B(? ?) |
| c) A(-13 0), C(2 -15), S(-4 -10), B(? ?) | d) B(10 -10), C(-2 6), S(1 -1), A(? ?) |
| e) A(-1 9), B(9 -17), S(3 -1), C(? ?) | f) A(-1 1), C(7 -11), S(4 -9), B(? ?) |
| g) A(4 -2), B(14 0), S(10 2), C(? ?) | h) A(2 -9), C(13 3), S(9 -5), B(? ?) |
| i) B(8 -12), C(-2 6), S(-2 -2), A(? ?) | j) A(1 -1), B(11 -20), S(9 -10), C(? ?) |
| k) A(-4 -9), C(7 23), S(3 6), B(? ?) | l) A(0 9), B(9 -19), S(7 -10), C(? ?) |

Lösungen:

1 a) S(-5 2)	b) S(5 2)	c) S(-1 10)	d) S(6 8)	e) S(-10 -5)	f) S(-3 10)
2 a) A(-1 -10)	b) B(18 -6)	c) B(-1 -15)	d) A(-5 1)	e) C(1 5)	f) B(6 -17)
g) S(-4 -4)	h) S(4 2)	i) S(-4 8)	j) S(-4 0)	k) S(-8 2)	l) S(-10 -2)
g) C(12 8)	h) B(12 -9)	i) A(-12 0)	j) C(15 -9)	k) B(6 4)	l) C(12 -20)