

Gerade & Parabel abbilden

QR-Codes

Video  Youtube: Geraden-gleichung bestimmen	Video  Youtube: Urgeraden-gleichung bestimmen	Video  Youtube: Parabel-gleichung bestimmen	Video  Youtube: Urparabel-gleichung bestimmen	Video (Schweiklberg)  Youtube: Gerade über Abbildung	Video (Schweiklberg)  Youtube: Parabel über Abbildung
--	--	--	--	---	--

Gerade & Parabel durch zentrische Streckung abbilden

Die Gerade (bzw. Parabel) soll durch zentrische Streckung abgebildet werden. Für diese Abbildung kann die gleiche Abbildungsvorschrift wie bei Punkten verwendet werden: $\vec{ZP}' = k \cdot \vec{ZP}$. (FS S. 25)

Bildet man eine Gerade ab, so entsteht daraus eine Bildgerade, die parallel zur Urgeraden liegt. Sie hat also die gleiche Steigung m , aber einen veränderten y -Achsenabschnitt t .

Bildet man eine Parabel ab, so entsteht daraus eine neue Parabel mit verändertem Öffnungsfaktor.

Das verfahren zum Berechnen der entsprechenden Funktionsgleichung ist jedoch identisch.

Geraden- & Parabelgleichung über Parameterverfahren aufstellen

Bsp.: $p: y = x^2 + 2x - 1$ $Z(-2|1)$ $k = 2$

1	Punkt P liegt auf der Urgeraden/Urparabel. Punkt P' liegt auf der Bildgeraden/Bildparabel. ACHTUNG: Es gibt mehrere x und y in der Rechnung. Beschrifte wie folgt: <ul style="list-style-type: none"> • $P(x y)$ • $P'(x' y')$ • $Z(x_z y_z)$ 	$P(x x^2 + 2x - 1)$ $P'(x' y')$
2	Nimm die Abbildungsvorschrift $\vec{ZP}' = k \cdot \vec{ZP}$ und setze die Werte ein. Vektor/Pfeil wird über „Spitze Minus Fuß“ berechnet.	$\begin{pmatrix} x' - (-2) \\ y' - 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} x - (-2) \\ x^2 + 2x - 1 - 1 \end{pmatrix}$
3	Die erste Zeile bildet die Gleichung 1. Die zweite Zeile bildet die Gleichung 2.	(I) $x' + 2 = 2 \cdot (x + 2)$ (II) $y' - 1 = 2x^2 + 4x - 4$
4	Löse (I) nach der Variable auf, die in beiden Gleichungen vorkommt.	(I) $x' + 2 = 2 \cdot (x + 2)$ $x' + 2 = 2x + 4$ $x' - 2 = 2x$ $0,5x' - 1 = x$
5	Setze (I) in (II) ein. Alle Variablen, nach der in Schritt aufgelöst wurde, werden durch den entsprechenden Term ersetzt. Löse nach y bzw. y' auf.	(I) in (II) $y' - 1 = 2 \cdot (0,5x' - 1)^2 + 4 \cdot (0,5x' - 1) - 4$ $y' - 1 = 2 \cdot (0,25x'^2 - x + 1) + 2x - 4 - 4$ $y' - 1 = 0,5x'^2 - 2x + 2 + 2x - 8$ $y' - 1 = 0,5x'^2 - 6$ $y' = 0,5x'^2 - 5$

Übungen

Runde, wenn nötig, auf **zwei Nachkommastellen**.

Schreibe die Angaben erst **in dein Heft ab und löse sie dort**. Halte dich an die korrekte und vollständige Schreibweise.

Rechenzeit: jeweils ca. 3-6 Minuten

- 1) Die Gerade g wird durch zentrische Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor k auf die Gerade g' abgebildet. Berechne die Gleichung der fehlenden Geraden.

- a) $g \rightarrow y = 2x$; $Z(1|3)$; $k = 4$
 b) $g \rightarrow y = 0,5x - 4$; $Z(5|-3)$; $k = -0,5$
 c) $g' \rightarrow y' = 4x' + 1$; $Z(-3|0)$; $k = -2$
 d) $g' \rightarrow y' = x' - 2$; $Z(-2|-2)$; $k = 2$

- 2) Die Parabel p wird durch zentrische Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor k auf die Parabel p' abgebildet. Berechne die Gleichung der fehlenden Parabel.

- a) $p \rightarrow y = x^2 + 1$; $Z(1|-1)$; $k = -0,5$
 b) $p \rightarrow y = 2x^2 + 5x + 1$; $Z(2|0)$; $k = 0,5$
 c) $p' \rightarrow y' = 2x'^2 + x'$; $Z(-3|0)$; $k = -2$
 d) $p' \rightarrow y' = 0,5x'^2 + 8$; $Z(-2|2)$; $k = 2$

Schreibweise: (p' gesucht)

$$p \rightarrow y = x^2 + 2x - 1; Z(-2|1); k = 2$$

$$P(x|x^2 + 2x - 1); P'(x'|y')$$

$$\left(\begin{array}{c} x' - (-2) \\ y' - 1 \end{array} \right) = 2 \cdot \left(\begin{array}{c} x - (-2) \\ x^2 + 2x - 1 - 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad x' + 2 = 2 \cdot (x + 2) \\ \quad x' + 2 = 2x + 4 \quad | -4 \\ \quad x' - 2 = 2x \quad | :2 \\ \quad 0,5x' - 1 = x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{(II)} \quad y' - 1 = 2 \cdot (x^2 + 2x - 2) \\ \quad y' - 1 = 2x^2 + 4x - 4 \end{array}$$

(I) in (II)

$$\begin{array}{l} y' - 1 = 2 \cdot (0,5x' - 1)^2 + 4 \cdot (0,5x' - 1) - 4 \\ y' - 1 = 2 \cdot (0,25x'^2 - x + 1) + 2x' - 4 - 4 \\ y' - 1 = 0,5x'^2 - 2x + 2 + 2x' - 8 \\ y' = 0,5x'^2 - 5 \end{array}$$

Schreibweise: (g gesucht)

$$g' \rightarrow y' = 2x' - 1; Z(3|-1); k = -3$$

$$P(x|y); P'(x'|2x' - 1)$$

$$\left(\begin{array}{c} x' - 3 \\ 2x' - 1 - (-1) \end{array} \right) = -3 \cdot \left(\begin{array}{c} x - 3 \\ y - (-1) \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \text{(I)} \quad x' - 3 = -3 \cdot (x - 3) \\ \quad x' - 3 = -3x + 9 \quad | +3 \\ \quad x' = -3x + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{(II)} \quad 2x' = -3 \cdot (y + 1) \\ \quad 2x' = -3y - 3 \end{array}$$

(I) in (II)

$$\begin{array}{l} 2 \cdot (-3x + 12) = -3y - 3 \\ -6x + 24 = -3y - 3 \\ -6x + 27 = -3y \\ 2x - 9 = y \end{array}$$

Lösungen:

1 a) $y' = 2x'$
 2) $y' = -2x'^2 + 6x' - 6,5$
 b) $y' = 0,5x'^2 - 3x' - 3$
 c) $y = 4x + 17,5$
 d) $y = x - 1$
 c) $y = -4x^2 - 35x - 76,5$
 d) $y = x^2 + 2x + 6$