

Quadratwurzel

Irrationale Zahlen sind Zahlen, die nie enden und keine Periode aufweisen, also nicht als Bruch darstellbar sind. Die Kreiszahl π fällt ebenfalls darunter.

Reelle Zahlen

Rationale Zahlen \mathbb{Q} und die irrationalen Zahlen bilden zusammen die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen.

Quadratwurzel (Radizieren)

Um dennoch mit irrationalen Zahlen näherungsweise Rechnen zu können, brauchen wir ein neues mathematisches Werkzeug: Die Quadratwurzel. Sie entspricht der Umkehrung des Quadrierens.

Man schreibt z.B.: $\sqrt{x} = 4$

Lies: Wurzel aus x ist gleich der Zahl 4.

Der Term unter der Wurzel heißt **Radikand** und ist immer positiv.

Rechnen mit Wurzeln

Um die Wurzel einer Zahl zu berechnen, nutzt man das Wurzelzeichen des GTR. Beachte, dass es abhängig von der gestellten Aufgabe bis zu zwei Lösungen geben kann.

- Addition/Subtraktion: Terme mit gleichem Radikanden lassen sich beim Addieren/Subtrahieren zusammenfassen.

$$3 \cdot \sqrt{3} + 7 \cdot \sqrt{3} = 10 \cdot \sqrt{3}$$

$$18 \cdot \sqrt{6} - 10 \cdot \sqrt{6} = 8 \cdot \sqrt{6}$$

$$8 \cdot \sqrt{x} + 2,5 \cdot \sqrt{x} = 10,5 \cdot \sqrt{x}$$

$$6x \cdot \sqrt{3x} - 5 \cdot \sqrt{3x} = (6x - 5) \cdot \sqrt{3x}$$

- Multiplikation/Division: Radikand multipliziert mit/dividiert durch Radikand.

$$\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{21}$$

$$\sqrt{7} : \sqrt{3} = \sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} = \sqrt{2x^2}$$

$$\sqrt{8x} : \sqrt{5} = \sqrt{\frac{8x}{5}}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{25}) \cdot \sqrt{2x} = \sqrt{x \cdot 2x} + \sqrt{25 \cdot 2x} = \sqrt{2x^2} + \sqrt{50x}$$

- Teilweises Wurzel ziehen (Radizieren): Zerlege den Radikand in Faktoren, so dass Quadratzahlen entstehen. Ziehe dann die Wurzel der Quadratzahl als Faktor vor die Wurzel und lass den Rest stehen. Umgekehrt kann ein Faktor vor der Wurzel als Quadrat und Faktor unter die Wurzel wandern.

$$\sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = 3 \cdot \sqrt{7}$$

$$2 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{28}$$

$$\sqrt{25x^3} = \sqrt{25 \cdot x^2 \cdot x} = 5x \cdot \sqrt{x}$$

$$4 \cdot \sqrt{\frac{1}{16}x} = \sqrt{16 \cdot \frac{1}{16}x} = \sqrt{x}$$

Wurzeln in Gleichungen (SOLVER)

Löse Gleichungen mit Wurzeln nach bekannten Methoden auf.

$$84 = x^2 + 35 \Leftrightarrow 49 = x^2 \Leftrightarrow \sqrt{49} = \sqrt{x^2} \Leftrightarrow \pm 7 = x$$

Mit dem GTR:

$$84 = x^2 + 35 \rightarrow [\text{SOLVER}] x = \pm 7$$

Aufgabe 1: Berechne die Wurzel.

a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt{169}$ c) $\sqrt{122}$ d) $\sqrt{68}$ e) $\sqrt{2,5} + \sqrt{17}$ f) $\sqrt{-8}$

Aufgabe 2: Ziehe einen Faktor vor die Wurzel:

a) $\sqrt{28x^3}$ b) $\sqrt{x^2}$ c) $\sqrt{9x}$ d) $\sqrt{4y^2}$ e) $\sqrt{16 \cdot (x-3)}$ f) $\sqrt{18x^3}$
 g) $\sqrt{5x^2}$ h) $\sqrt{27x}$ i) $\sqrt{8x^3}$ j) $\sqrt{100x}$ k) $\sqrt{10x^2}$ l) $\sqrt{35x^4}$
 m) $\sqrt{\frac{1}{4}x}$ n) $\sqrt{\frac{4}{16}x^3}$ o) $\sqrt{\frac{27}{4}x^3}$ p) $\sqrt{\frac{1}{2}a^3}$ q) $\sqrt{0,5a^3}$ r) $\sqrt{\frac{441x^5}{49}}$

Aufgabe 3: Löse die Klammern auf und vereinfache:

a) $(\sqrt{26} + \sqrt{5x^2}) \cdot \sqrt{6}$ b) $(\sqrt{30x} + \sqrt{7x}) \cdot \sqrt{x}$ c) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{15x^2} + \sqrt{3})$

Lösungen: 1a) 5; b) 13; c) 11,05; d) 8,25; e) 5,70 f) geht nicht g) $x \cdot \sqrt{5}$
 2a) $2x \cdot \sqrt{7x}$ b) x c) $3 \cdot \sqrt{x}$ d) $2y$ e) $4 \cdot \sqrt{x-3}$ f) $3x \cdot \sqrt{2x}$ g) $x \cdot \sqrt{5}$
 h) $3 \cdot \sqrt{3x}$ i) $2x \cdot \sqrt{2x}$ j) $10 \cdot \sqrt{x}$ k) $x \cdot \sqrt{10}$ l) $x^2 \cdot \sqrt{35}$ m) $\frac{x}{2} \cdot \sqrt{5}$
 n) $\frac{1}{2}x \cdot \sqrt{x}$ o) $\frac{2}{3}x \cdot \sqrt{3x}$ p) $a \cdot \sqrt{\frac{1}{2}a}$ q) $a \cdot \sqrt{0,5a}$ r) $\frac{21}{2}x^2 \cdot \sqrt{x}$
 3a) $2\sqrt{39} + x\sqrt{30}$ b) $x\sqrt{30} + x\sqrt{7}$ c) $3x\sqrt{5} + 3$