

# Bruchgleichungen

- 1) Bestimme zu folgenden Bruchgleichungen die Definitionsmenge.

a)  $\frac{x}{x-5} = \frac{7}{8}$     b)  $\frac{1}{x} = \frac{x-3}{x+2}$     c)  $\frac{4-x}{6-x} = \frac{5+x}{x+9}$     d)  $\frac{2x-1}{1+3x} = \frac{1+2x}{2-7x}$

- 2) Bestimme die Definitionsmenge und löse die Gleichungen! Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

a)  $\frac{2+3x}{x} = \frac{5}{2}$     b)  $\frac{2}{3x-4} = \frac{5}{6x-8}$     c)  $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$     d)  $\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x-x+1}{x+1}$   
 e)  $\frac{x^2+5x+3}{x+3} = x-3$     f)  $\frac{-3x+6}{3x-4} = -\frac{7}{6}$     g)  $\frac{4}{x-1} = \frac{3}{1-x}$     h)  $\frac{-x^2}{x-1} = -x$   
 i)  $\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4}$

- 3) Überprüfe folgende Behauptung!  $\frac{2x^2+4x-30}{2x-6} = x+5$  für alle  $x \in \mathbb{Q}$ .

- 4) Zeige, dass  $(a+1)^{-1} = a^{-1}$  keine Lösung besitzt.

- 5) Ein kleiner LKW fährt einen Aushub von 405 m<sup>3</sup> in x Fahrten zur Deponie. Ein großer LKW braucht dazu 9 Fahrten weniger. Zusammen schaffen beide LKW's den Aushub in je 20 Fahrten. Wie viel Fahrten braucht jeder LKW alleine und welche Ladekapazität hat er?

- 6) Eine Tankstelle hat einen Vorrat an Normalbenzin, der bei einem täglichen Verkauf von 1200 Liter für 30 Tage reicht.

Wie lange reicht der Vorrat, wenn täglich 1800 Liter verkauft werden?

- 7) Welche natürliche Zahl(en) kann man zum Zähler von  $\frac{2}{5}$  addieren und gleichzeitig vom Nenner subtrahieren um -2 zu erhalten?

- 8) Welche Zahl muss man zum Nenner des Bruches  $\frac{5}{7}$  addieren, damit man  $\frac{1}{3}$  erhält.

- 9) Gegeben ist die Gleichung  $\frac{6-2x}{x-9} = \frac{3}{2}$ .

a. Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

b. Ersetze die Zahl  $\frac{3}{2}$  durch eine andere Zahl so dass sonst die unveränderte Gleichung die Lösung  $x = -1$  hat.

Lösungen:

- 1) a)  $\mathbb{Q}\{5\}$ ;      b)  $\mathbb{Q}\{-2; 0\}$       c)  $\mathbb{Q}\{-9; 6\}$       d)  $\mathbb{Q}\left\{-\frac{1}{3}; \frac{2}{7}\right\}$
- 2) a)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{0\}; x = -4$ ; b)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\left\{\frac{4}{3}\right\}; \mathbb{L} = \{\}$ ; c)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{1\}; \mathbb{L} = \{\}$ ; d)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-1; 1\}; \mathbb{L} = \{\}$ ;  
 e)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-3\}; x = -2,4$ ; f)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\left\{\frac{4}{3}\right\}; x = -2,7$ ; g)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{1\}; \mathbb{L} = \{\}$ ; h)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{1\}; x = 0$ ;  
 i)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-2\}; x = 1,6$
- 3) Falsch  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{3\}$ ;
- 4)  $\frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} \Leftrightarrow a + 1 = a \Leftrightarrow 0 = 1 \mapsto$  Widerspruch, deswegen gibt es keine Lösung.
- 5) Kleiner LKW pro Fahrt:  $\frac{405}{x} m^3$ ; Großer LKW pro Fahrt:  $\frac{405}{x-9} m^3$   
 Zusammen brauchen sie 20 Fahrten, um  $405 m^3$  wegzuschaffen:  $20 \cdot \left(\frac{405}{x} m^3 + \frac{405}{x-9} m^3\right) = 405 m^3$   
 $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{0; 9\}; x = 45$   
 Ladekapazität klein:  $405 m^3 : 45 = 9 m^3$   
 Ladekapazität groß:  $405 m^3 : 36 = 11,25 m^3$
- 6)  $1200 \text{ Liter} \cdot 30 = 36000 \text{ Liter}$   
 $\frac{36000 \text{ Liter}}{x} = 1800 \text{ Liter} \Rightarrow x = 20$ ; Das Benzin hält 20 Tage.
- 7)  $\frac{2+x}{5-x} = -2$ ;  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{5\}; x = 12$
- 8)  $\frac{5}{7+x} = \frac{1}{3}$ ;  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-7\}; x = 8$
- 9) a)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{9\}; x = 5,6$   
 b)  $\frac{6-2 \cdot (-1)}{(-1)-9} = y \Rightarrow y = -0,8$