

Bruchgleichungen

1) Bestimme zu folgenden Bruchgleichungen die Definitionsmenge.

a) $\frac{x}{x-5} = \frac{7}{8}$ b) $\frac{1}{x} = \frac{x-3}{x+2}$ c) $\frac{4-x}{6-x} = \frac{5+x}{x+9}$ d) $\frac{2x-1}{1+3x} = \frac{1+2x}{2-7x}$

2) Bestimme die Definitionsmenge und löse die Gleichungen! Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

a) $\frac{2+3x}{x} = \frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{3x-4} = \frac{5}{6x-8}$ c) $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ d) $\frac{2+x}{x-1} = \frac{3+2x-x+1}{x+1}$
 e) $\frac{x^2+5x+3}{x+3} = x-3$ f) $\frac{-3x+6}{3x-4} = -\frac{7}{6}$ g) $\frac{4}{x-1} = \frac{3}{1-x}$ h) $\frac{-x^2}{x-1} = -x$
 i) $\frac{32}{8x+16} = \frac{5x}{2x+4}$

3) Überprüfe folgende Behauptung! $\frac{2x^2+4x-30}{2x-6} = x+5$ für alle $x \in \mathbb{Q}$.

4) Zeige, dass $(a+1)^{-1} = a^{-1}$ keine Lösung besitzt.

5) Ein kleiner LKW fährt einen Aushub von 405 m³ in x Fahrten zur Deponie. Ein großer LKW braucht dazu 9 Fahrten weniger. Zusammen schaffen beide LKW's den Aushub in je 20 Fahrten. Wie viel Fahrten braucht jeder LKW alleine und welche Ladekapazität hat er?

6) Eine Tankstelle hat einen Vorrat an Normalbenzin, der bei einem täglichen Verkauf von 1200 Liter für 30 Tage reicht.

Wie lange reicht der Vorrat, wenn täglich 1800 Liter verkauft werden?

7) Welche natürliche Zahl(en) kann man zum Zähler von $\frac{2}{5}$ addieren und gleichzeitig vom Nenner subtrahieren um -2 zu erhalten?

8) Welche Zahl muss man zum Nenner des Bruches $\frac{5}{7}$ addieren, damit man $\frac{1}{3}$ erhält.

9) Gegeben ist die Gleichung $\frac{6-2x}{x-9} = \frac{3}{2}$.

a. Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge.

b. Ersetze die Zahl $\frac{3}{2}$ durch eine andere Zahl so dass sonst die unveränderte Gleichung die Lösung $x = -1$ hat.

Lösungen:

- 1) a) $\mathbb{Q}\{5\}$; b) $\mathbb{Q}\{-2; 0\}$ c) $\mathbb{Q}\{-9; 6\}$ d) $\mathbb{Q}\left\{-\frac{1}{3}; \frac{2}{7}\right\}$
- 2) a) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{0\}; x = -4$; b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\left\{\frac{4}{3}\right\}; \mathbb{L} = \{\}$; c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{1\}; \mathbb{L} = \{\}$; d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-1; 1\}; \mathbb{L} = \{\}$;
 e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-3\}; x = -2,4$; f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\left\{\frac{4}{3}\right\}; x = -2,7$; g) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{1\}; \mathbb{L} = \{\}$; h) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{1\}; x = 0$;
 i) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-2\}; x = 1,6$
- 3) Falsch $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{3\}$;
- 4) $\frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} \Leftrightarrow a + 1 = a \Leftrightarrow 0 = 1 \mapsto$ Widerspruch, deswegen gibt es keine Lösung.
- 5) Kleiner LKW pro Fahrt: $\frac{405}{x} m^3$; Großer LKW pro Fahrt: $\frac{405}{x-9} m^3$
 Zusammen brauchen sie 20 Fahrten, um $405 m^3$ wegzuschaffen: $20 \cdot \left(\frac{405}{x} m^3 + \frac{405}{x-9} m^3\right) = 405 m^3$
 $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{0; 9\}; x = 45$
 Ladekapazität klein: $405 m^3 : 45 = 9 m^3$
 Ladekapazität groß: $405 m^3 : 36 = 11,25 m^3$
- 6) $1200 \text{ Liter} \cdot 30 = 36000 \text{ Liter}$
 $\frac{36000 \text{ Liter}}{x} = 1800 \text{ Liter} \Rightarrow x = 20$; Das Benzin hält 20 Tage.
- 7) $\frac{2+x}{5-x} = -2$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{5\}; x = 12$
- 8) $\frac{5}{7+x} = \frac{1}{3}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{-7\}; x = 8$
- 9) a) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\{9\}; x = 5,6$
 b) $\frac{6-2 \cdot (-1)}{(-1)-9} = y \Rightarrow y = -0,8$