

Bruchgleichungen

Steht bei einem Bruch eine Variable im Nenner, so spricht man von einem Bruchterm, z.B.

$$\frac{3}{x}; \frac{13}{2+y}; \frac{5x}{-2x+x^2}; \frac{0}{2a^2}; \frac{(4-z)^2}{(3-z) \cdot (3+z)}$$

Bei Bruchtermen haben alle Regeln der Bruchrechnung weiterhin Gültigkeit.

- Bruchterme werden addiert/subtrahiert, in dem man die Brüche gleichnamig macht und die Zähler addiert/subtrahiert.
- Bruchterme werden multipliziert, in dem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.
- Bruchterme werden dividiert, in dem man mit dem Kehrbuch des Divisors multipliziert.

$$\frac{4}{x} + \frac{8}{3x} = \frac{12}{3x} + \frac{8}{3x} = \frac{20}{3x}$$

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{8}{3x} = \frac{32}{3x^2}$$

$$\frac{4}{x} : \frac{8}{3x} = \frac{4}{x} \cdot \frac{3x}{8} = \frac{12x}{8x}$$

Definitionsmenge

Ein Bruch ist nichts anderes als eine Division. Bekannt ist, dass eine Division durch 0 nicht erlaubt ist, sprich im Nenner darf nie 0 übrig bleiben.

Steht eine Variable im Nenner, so kann es passieren, dass für gewisse Zahlen, die für die Variable eingesetzt werden können, der Nenner 0 wird. Es müssen zuerst alle diese Zahlen ausgeschlossen werden. Die übrig gebliebenen Zahlen bilden die Definitionsmenge.

Bsp.: $\frac{4}{x}$ für x darf nicht 0 eingesetzt werden, man schreibt: $\mathbb{D} = \mathbb{G} \setminus \{0\}$

$$\frac{8}{x+1}; \mathbb{D} = \mathbb{G} \setminus \{-1\};$$

$$\frac{5}{x-15}; \mathbb{D} = \mathbb{G} \setminus \{15\};$$

$$\frac{12x}{3x-9}; \mathbb{D} = \mathbb{G} \setminus \{3\};$$

$$\frac{33-x}{3 \cdot (18-3x)}; \mathbb{D} = \mathbb{G} \setminus \{6\};$$

$$\frac{8}{(x-9) \cdot (x+5)}; \mathbb{D} = \mathbb{G} \setminus \{9; -5\};$$

Lösen von Bruchgleichungen

Gleichungen mit einem Bruchterm sind Bruchgleichungen. Sie können über das „Über Kreuz multiplizieren“ umgeformt und anschließend wie normale Gleichungen gelöst werden.

Schreibe die Bruchgleichung auf: $\frac{x-3}{x+2} = \frac{2-x}{6-x}$

Klammere alle Zähler und Nenner ein: $\frac{(x-3)}{(x+2)} = \frac{(2-x)}{(6-x)}$

Multipliziere über Kreuz: $\frac{(x-3)}{(x+2)} = \frac{(2-x)}{(6-x)}$

Löse anschließend die Gleichung auf: $(6-x) \cdot (x-3) = (2-x) \cdot (x+2)$

Der Nenner des rechten Bruchs wird mit dem Zähler des linken Bruchs multipliziert.

Der Nenner des linken Bruchs wird mit dem Zähler des rechten Bruchs multipliziert.

Lösen von Bruchgleichungen mit Hilfe des GTR – SOLVER

[SOLVER] $\rightarrow \frac{x-3}{x+2} = \frac{2-x}{6-x} \rightarrow$ [EXE] $\rightarrow x = 2,44$

Beachte: Gibt der SOLVER einen Error aus, so kann es keine oder unendlich viele Lösungen geben!

Aufgabe 1: Bestimme die Definitionsmenge! $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $\frac{2x}{x^3}$ b) $\frac{4 \cdot (x-1)}{8 \cdot (x-1)}$ c) $\frac{17,5x}{x \cdot (x+2)}$ d) $\frac{3x+9}{4x+12}$ e) $\frac{x^2-1}{x+1}$ f) $\frac{64x}{8x}$ g) $\frac{625x}{x^2}$

h) $\frac{4 \cdot (x-3)}{x^2-9}$ i) $\frac{4x^2}{2x}$ j) $\frac{2x+9,5}{6x+28,5}$ k) $\frac{x^5}{x^4}$ l) $\frac{3x^2-27}{2x-6}$ m) $\frac{2x-2,4}{2x-4,8}$ n) $\frac{4x+3}{2x+6}$

Aufgabe 2: Gib zuerst die Definitionsmenge an und löse dann die Bruchgleichung! Runde auf eine Stelle nach dem Komma. $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $\frac{2}{x} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{16}{3x} = 5$ c) $\frac{7}{0,5x} = 2$ d) $\frac{4x}{3x} = -4$ e) $\frac{3}{x-1} = 2$ f) $\frac{24}{6-x} = 9$

g) $\frac{2}{x} = \frac{14}{3}$ h) $\frac{3}{2x-3} = 4$ i) $\frac{3}{5x-2} = 8$ j) $\frac{3}{x-2} = 10$ k) $\frac{2x+3,75}{x-2} = 0$ l) $\frac{2x-6}{3x+9} = 0$

m) $\frac{2+x}{x-1} = \frac{4x-3}{x-1}$ n) $\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3}$ o) $\frac{5}{x} = \frac{2}{x+2}$ p) $\frac{2}{x-5} = \frac{3}{2x-3}$

q) $\frac{5}{x} = \frac{4}{3x+6}$ r) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{2x-5}{2x+1}$ s) $\frac{x-1}{x+3} = \frac{x+3}{x-3}$ t) $\frac{3x-4}{3x-6} = \frac{2x+5}{2x-4}$

u) $\frac{4x}{x \cdot (x-2)} = \frac{2}{x}$ v) $\frac{3}{2x+1} = \frac{6}{4x+2}$ w) $\frac{3x-9}{x-2} = 1,5$ x) $\frac{4}{x \cdot (x-2)} = \frac{1}{x^2}$

y) $\frac{25}{2y+1} = 10$ z) $\frac{4x+8}{2x+4} = 2$

Lösungsaufgabe 1: Bestimme die Definitionsmenge! $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $\frac{2x}{x^3}$ b) $\frac{4 \cdot (x-1)}{8 \cdot (x-1)}$ c) $\frac{17,5x}{x \cdot (x+2)}$ d) $\frac{3x+9}{4x+12}$ e) $\frac{x^2-1}{x+1}$ f) $\frac{64x}{8x}$ g) $\frac{625x}{x^2}$

h) $\frac{4 \cdot (x-3)}{x^2-9}$ i) $\frac{4x^2}{2x}$ j) $\frac{2x+9,5}{6x+28,5}$ k) $\frac{x^5}{x^4}$ l) $\frac{3x^2-27}{2x-6}$ m) $\frac{2x-2,4}{2x-4,8}$ n) $\frac{4x+3}{2x+6}$

Lösungsaufgabe 2: Gib zuerst die Definitionsmenge an und löse dann die Bruchgleichung! Runde auf eine Stelle nach dem Komma. $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $\frac{2}{x} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{16}{3x} = 5$ c) $\frac{7}{0,5x} = 2$ d) $\frac{4x}{3x} = -4$ e) $\frac{3}{x-1} = 2$ f) $\frac{24}{6-x} = 9$

g) $\frac{2}{x} = \frac{14}{3}$ h) $\frac{3}{2x-3} = 4$ i) $\frac{3}{5x-2} = 8$ j) $\frac{3}{x-2} = 10$ k) $\frac{2x+3,75}{x-2} = 0$ l) $\frac{2x-6}{3x+9} = 0$

m) $\frac{2+x}{x-1} = \frac{4x-3}{x-1}$ n) $\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3}$ o) $\frac{5}{x} = \frac{2}{x+2}$ p) $\frac{2}{x-5} = \frac{3}{2x-3}$

q) $\frac{5}{x} = \frac{4}{3x+6}$ r) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{2x-5}{2x+1}$ s) $\frac{x-1}{x+3} = \frac{x+3}{x-3}$ t) $\frac{3x-4}{3x-6} = \frac{2x+5}{2x-4}$

u) $\frac{4x}{x \cdot (x-2)} = \frac{2}{x}$ v) $\frac{3}{2x+1} = \frac{6}{4x+2}$ w) $\frac{3x-9}{x-2} = 1,5$ x) $\frac{4}{x \cdot (x-2)} = \frac{1}{x^2}$

y) $\frac{25}{2y+1} = 10$ z) $\frac{4x+8}{2x+4} = 2$