Maximum/Minimum quadratischer Terme

Voraussetzung: Ein quadratischer Term. Das sind Terme, in denen höchstens x^2 vorkommt, z.B.: $3x^2+5x+3$; x^2; $5-x^2$, aber auch $(x+3)(x-5)$ <= Erst ausmultiplizieren.

Bsp.: Bestimme das Maximum/Minimum des Terms $y=4x^2+12x-8$!

1. Bestimmen des Maximum/Minimum mit Hilfe der quadratischen Ergänzung

1. Bringe auf Scheitelform (-> (Ausklammern) -> Quadratische Ergänzung -> Binomische Formel -> Vereinfachen)
    - $\boxed{4\cdot(x^2+3x)}-8$
    - $4\cdot(x^2+3x\boxed{+1{,}5^2-1{,}5^2})-8$
    - $4\cdot[\boxed{(x+1{,}5)^2}-1{,}5^2)-8$
    - $4\cdot(x+1{,}5)^2\boxed{+4\cdot(-1{,}5^2)-8}$
    - $4\cdot(x+1{,}5)^2\boxed{-17}$
2. Der Scheitelpunkt ist automatisch Maximum/Minimum des quadratischen Terms.
    - Ist die Zahl vor der Klammer positiv (negativ), ist es ein Minimum (Maximum)
    - Die Gegenzahl der Zahl in der Klammer ist der x-Wert.
    - Die Zahl hinter der Klammer ist der y-Wert.

$$4\cdot(x+1{,}5)^2-17$$

Positiv, also Minimum

Gegenzahl: -1,5 (x-Wert)

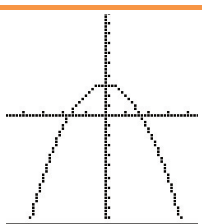
-17 (y-Wert)

Also: Minimum y = -17 für x = -1,5

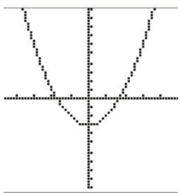
2. Bestimmung mit Hilfe des GTR

1. Gib den Term bei [Y=] in den GTR ein.
2. Geh auf [GRAPH] und schaue nach, ob das Max/Min auf dem GTR angezeigt wird. Wenn nein, zoome heraus ([ZOOM] -> *Zoom out*) bis man es sieht.
3. Maximum: Graph geht nach unten. Minimum: Graph geht noch oben.
4. Geh auf [CALC] und wähle *Maximum* oder *Minimum.*

Schreibe: $y=4x^2+12x-8$ -> [Y=] -> [CALC] -> *Max* oder *Min* -> x = -1,5; y = -17



Maximum



Minimum

Aufgaben:

1. Bestimme das Maximum/Minimum folgender quadratischer Terme:

a) $x^2 + 5x + 7$ b) $-2x^2 + 4x - 8$ c) x^2 d) $-x^2 + 9$ e) $-3x^2 + 4{,}5x$

2. A(x)= - x² +11x beschreibt die Fläche eines Trapez. Ermittle den maximalen Flächeninhalt durch Rechnung.

3. Die Oberfläche eines Silizium-Chips soll möglichst klein sein. Sie wird durch A(x) = 3,5x²+x+20 definiert. Berechne den Oberflächeninhalt.

4. Ein Parallelogramm hat eine allgemeine Fläche von A(x) = (5 + x)(3 - x). Bestimme den maximalen Flächeninhalt.

5. Zeigen sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ kein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt von 35 FE gibt. $A(x) = -0{,}75x^2 + 4{,}5x + 24{,}25$

6. Für das Volumen der Quader $AB_nC_nDE_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von x gilt:
V(x) = (-16x² + 120x + 400) cm³.
Bestimmen Sie den Wert von x, für den man das maximale Volumen erhält und geben Sie diesen an.

Lösungen:

Nr.1:a) Min: y=0,75, x=-2,5; b) Max: y=-6; x=1; c) Min: y=0; x=0; d) Max: y=9; x=0; e) y=1,6875; x=0,75;

Nr. 2: Max: y=30,25; x=5,5; Nr. 3: Min: y=19,93; x=-0,14; Nr.4: Max: y=16; x=-1; Nr.5: Max: y=31;x=3; Nr.6: Max: y=625; x=3,75