Indirekte Proportionalität

5 Bagger brauchen 18 Tage, um eine Grube auszuheben. Wie lange benötigen 10 Bagger?

A: 9 Tage

Die Aufgabe lässt sich als Funktion aufschreiben und damit auch lösen und grafisch darstellen.

Gleichung mit der Form: $y = \frac{k}{x}$

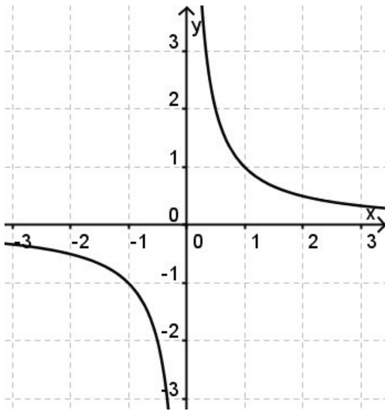
x = Anzahl der Bagger
y = Tage

k entspricht dem Proportionalitätsfaktor; Variable x steht im Nenner → Definitionsmenge beachten.

Grafische Darstellung:

Die Hyperbel nähert sich der X-Achse und der Y-Achse an, ohne sie jemals zu berühren.

x = 0 (Erste Asymptote)
y = 0 (Zweite Asymptote)



Einen Graphen dieser Form nennt man **Hyperbel**. Diese besteht aus zwei **Hyperbelästen**.

Asymptoten bestimmen (bei Funktionen der ind. Prop)

Asymptoten sind Geraden, an die sich die Funktion „annähert“, aber nie erreichen wird.

Es gilt zwei Fragen zu beantworten, um die Asymptoten zu finden: Bsp.: $y = \frac{4}{x} + 2$

Entspricht den Fragen:
1) Wie lange brauchen 0 Bagger?
2) Wie lange brauchen unendliche viele Bagger?

1. Frage: Für welches x wird der Nenner gleich 0? → Für x = 0 (Erste Asymptote)
2. Frage: Was passiert, wenn x unendlich groß wird?
   Vereinfacht: Wird der Nenner des Bruchs unendlich groß (der Zähler aber nicht), so ist der gesamte Bruch gleich 0.
   Der Bruch $\frac{4}{x}$ wird zu 0. Übrig bleibt $y = 0 + 2$ → Für y = 2 (Zweite Asymptote)

Punkte berechnen

Setze die x-Koordinate (y-Koordinate) des Punkts für die Variable x (Variable y) ein und löse auf. Ist die Funktionsgleichung gesucht, setze die x- und y-Koordinate in $y = \frac{k}{x}$ ein und löse nach k auf.

1) Gleichung finden
$18 = \frac{k}{5} \rightarrow k = 90$

2) Für 10 Bagger
$y = \frac{90}{10} = 9$

Graph zeichnen [Nutze den GTR um Zeit zu sparen]

Ähnlich wie „Parabel zeichnen“. [Y=] -> Funktionsgleichung eingeben -> [TABLE] -> Punkte auslesen

Schnittpunkte mit anderen Funktionen

Setze die beiden Funktionen gleich und löse sie nach bekannten Regeln (siehe z.B. Blatt 10II 3.1) z.B. Gleichsetzungsverfahren mit SOLVER oder

[Y=] -> Y1 = „Gleichung 1“; Y2 = „Gleichung 2“ -> [CALC] -> Intsct -> x_1 = ? (+[CALC] -> Intsct -> x_2 =?)

 BY-SA

Aufgaben: Runde auf zwei Stellen nach dem Komma, sofern nicht anders angegeben.

1) Bestimme die Asymptoten folgender Funktionen:
a) $y = \frac{7}{x}$ b) $y = \frac{3000}{x}$ c) $y = \frac{2}{x+2}$ d) $y = \frac{5}{8-x}$ e) $y = \frac{42}{-x-3}$
f) $y = \frac{250}{x} + 2$ g) $y = \frac{37}{x+80} + 2{,}5$ h) $y = \frac{24}{x} + 3{,}7$

2) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{4}{x} - 3$.
a) Bestimme die Definitionsmenge der Funktion f und gib die Gleichungen der Asymptoten an.
b) Bestimme die Nullstelle der Funktion f.

3) Gegeben sind die Hyperbel h mit der Gleichung $y = \frac{4}{x} + 3$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = x - 0{,}5$.
a) Übertrage folgende Wertetabelle in dein Heft und ergänze sie.

x	0,5	1	2	3	4	5
$\frac{4}{x} - 3$						

b) Zeichne h und die Gerade g in ein KoSy ein (KoSy: $-3 \leqq x \leqq 7;\ -4 \leqq y \leqq 6$).
c) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkts S der Hyperbel h und der Geraden g.

4) Die Punkte P(2|2) und Q(-4|2,5) liegen auf dem Graphen von f mit der Gleichung $y = \frac{a}{x} + b$.
a) Berechnen Sie die Gleichung von f.
b) Übertrage folgende Wertetabelle in dein Heft und ergänze sie.

x	-4	-2	-0,5	1	2	4
y						

c) Zeichnen Sie den Graph zu f in ein KoSy. (KoSy: $-4 \leqq x \leqq 4;\ -1 \leqq y \leqq 6$).
d) Überprüfen Sie durch Rechnung, ob die Punkte A(-3,5|2,52) und B(0,75|1,59) auf dem Graphen f liegen.

5) Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{2}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ und die Strecke [AB] mit A(0|4) und B(6|0). Der Graph zu f schneidet die Gerade AB in den Punkten S_1 und S_2.
Bestätige durch Rechnung, dass für die Koordinaten der Punkte S_1 und S_2 gilt:
S_1(0,55|3,63); S_2(5,41|0,37)

Lös: 1a) x = 0; y = 0 b) x= 0; y = 0 c) x = -2; y = 0 d) x = 8; y = 0 e) x = -3; y = 0; f) x = 0; y = 2
g) x = -80; y = 2,5 h) x = 0; y = 3,7
2a) $\mathbb{D} = \mathbb{G}\backslash\{0\}$; x = 0; y = -3 b) x = $\frac{4}{3}$
3a) (0,5|11); (1|7); (2|5); (3|4,33); (4|4); (5|3,8) c) S_1(-0,91|-1,40); S_2(4,41|3,91)
4a) $y = \frac{-0{,}67}{x} + 2{,}33$ b) (-4|2,5); (-2| 2,67); (-0,5|3,67); (1|1,66); (2|2); (4|2,16) d) A: Ja, B: Nein
5) $g_{AB}: y = -0{,}67 \cdot x + 4$

(cc) BY-SA