

Direkte Proportionalität

Bei einer Proportionalität besteht ein Verhältnis zwischen zwei Größen. Das Wort „Proportionalität“ besteht aus den Wörtern „Pro“ (= für / je) und „Portion“ (= Anteil) und heißt so viel wie „je Anteil von Größe 1 verändert sich Größe 2“.

Eigenschaften

Es besteht ein Verhältnis zwischen Größe 1 und Größe 2. Es gilt dabei:

- Verdoppelt (verdreifacht, ...) sich Größe 1, so verdoppelt (verdreifacht, ...) sich Größe 2.
- Halbiert (drittelt, ...) sich Größe 1, so halbiert (drittelt, ...) sich Größe 2.

$$\cdot 4 \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ Äpfel} \triangleq 2,50\text{€} \\ 20 \text{ Äpfel} \triangleq 10\text{€} \end{array} \right\} \cdot 4$$

In der direkten Proportionalität sind die Größen **quotientengleich**. Das heißt, teilt man die Werte der Größe 1 durch die der Größe 2, kommt immer der gleiche Wert heraus. Diesen Wert nennt man **Proportionalitätsfaktor** und wird mit **k** gekennzeichnet.

Mit obigen Beispiel

$$\frac{5}{2,50} = \frac{20}{10} = 2 = k$$

Lösen über Dreisatz

Dreisatz bedeutet, dass die Aufgabe sich in drei Schritten/Rechnungen lösen lässt.

Bsp.: Sieben Packungen Gummibärchen kosten 19,25 €. Wie viel kosten 13 Packungen?

1. Suche die zwei Größen, die im Verhältnis stehen.
2. Was ist gesucht? Nenne diesen Wert x.
3. Stelle ein passendes Verhältnis der gegebenen Größen auf.
4. Rechne aus, welchen Wert **ein** Anteil hat (von der Größe, von der zwei Werte bekannt sind).
5. Berechne den gesuchten Wert.

(Schreibe Aufgaben, die du nicht im Kopf rechnen kannst, als Nebenrechnung)

Größe 1: Anzahl Packungen
Größe 2: Preis
Gesucht: Preis von 13 Packungen

$$\begin{array}{l} 7 \text{ Packungen} \triangleq 19,25 \text{ € (geteilt durch 7)} \\ 13 \text{ Packungen} \triangleq x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ Packung} \triangleq 2,75 \text{ € (mal 13)} \\ 13 \text{ Packungen} \triangleq 35,75 \text{ €} \end{array}$$

Lösen über die Quotientengleichheit

Mit Hilfe der Quotientengleichheit kann der gesuchte Wert mit einer Rechnung ermittelt werden.

Bsp.: 17 Brezeln kosten 13,60 €. Wie viel kosten 6 Brezeln?

1. Suche die zwei Größen, die im Verhältnis stehen.
2. Was ist gesucht? Nenne diesen Wert x.
3. Stelle passende Verhältnisse auf, beginnend mit der unbekanntem Größe
4. Stelle wie folgt eine Rechnung auf: $x = \frac{\text{Rechts oben} \cdot \text{Links unten}}{\text{Rechts unten}}$
Denke beim Aufstellen der Rechnung an ein Z.
5. Löse die Rechnung

(Schreibe Aufgaben, die du nicht im Kopf rechnen kannst, als Nebenrechnung)

Größe 1: Anzahl Brezeln
Größe 2: Preis
Gesucht: Preis von 6 Brezeln

$$\begin{array}{l} x \triangleq 6 \text{ Brezeln} \\ 13,60\text{€} \triangleq 17 \text{ Brezeln} \end{array}$$

$$x = 6 \text{ B} \cdot \frac{13,60 \text{ €}}{17 \text{ B}} = 4,20\text{€}$$

Direkte Proportionalität einfach ausgedrückt

Je mehr – desto mehr

Je weniger – desto weniger

Je mehr man arbeitet – desto mehr verdient man

Je mehr man abkauft – desto mehr muss man bezahlen

Je weniger man bezahlt – desto weniger hat man gekauft

...

Übungen

- 1) Folgende Größen in den Tabellen sind direkt proportional zueinander. Übertrage die Tabelle in dein Heft und vervollständige sie.

a)

Größe 1	Größe 2
1	9
5	
10	
25	

b)

Größe 1	Größe 2
0,5	
1	7,5
11	
17	

c)

Größe 1	Größe 2
6,4	10
	5
	3
	12

- 2) Liegt bei den folgenden Größen eine direkte Proportionalität vor? Überprüfe mit einer Rechnung.

a)

Größe 1	Größe 2
1	4
2	7
3	10
5	20

b)

Größe 1	Größe 2
3,5	1
17,5	5
38,5	11
70	20

c)

Größe 1	Größe 2
1	27
54	2
13,5	0,5
5	135

- 3) Oliver kauft für seinen PC 30 CD-Rohlinge und zahlt 12 €. Wie viel muss Lars für 25 Rohlinge bezahlen?
- 4) Eine Schule bestellt 75 Mathematikbücher und zahlt 1875 €. Bei einer Nachbestellung werden 15 Bücher bestellt. Wie teuer ist die Nachlieferung?
- 5) Ein Autohaus kauft 40 Reifen und zahlt 5680 €. Aufgrund der großen Nachfrage werden noch einmal 16 Reifen nachbestellt. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag der Nachbestellung?
- 6) Ein Kinosaal war gestern mit 160 Personen besetzt. Die Einnahmen betragen 2240 €. Heute rechnet der Besitzer mit 350 Personen. Wie viel Euro wird er einnehmen?
- 7) Eine Fahrt mit dem Schnellboot von Bremen nach Helgoland kostet für 6 Erwachsene 312 €. Wie viel müssen 8 Erwachsene zahlen?
- 8) Bei einer Geschwindigkeit von $140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ dreht sich ein Autoreifen in 1 Minute 1.288 mal. Wie viele Umdrehungen macht er bei einer Geschwindigkeit von $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
- 9) Die 7b und 7e wollen zusammen Ski fahren. Die 7e hatte sich bereits erkundigt und weiß, dass sie für 24 Schüler/-innen 216 € bezahlen muss. In der 7b sind 22 Schüler/-innen. Der Sportlehrer will für beide Klassen die Karten holen. Wie viel muss er zahlen?

Lsg. zu Nr.1) a) 45; 90; 225; b) 3,75; 82,5; 127,5; c) 3,2; 1,92; 7,68
 Nr.2a) $\frac{1}{4} \neq \frac{7}{2} \rightarrow$ nein; b) $\frac{1}{3,5} = \frac{1}{17,5} = \frac{5}{38,5} = \frac{11}{70} = \frac{5}{20} = k \rightarrow$ ja; c) $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{54} \rightarrow$ nein
 Nr.3) 10 €; 4) 375 €; 5) 2272€; 6) 4900 €; 7) 416 €; 8) 460 U/min; 9) 414 €