Kongruenzsätze

Als **Kongruenzsatz** bezeichnet man Aussagen, anhand derer sich einfach die Kongruenz von Dreiecken nachweisen lässt. Die Kongruenzsätze beschreiben Angaben von Dreiecken, so dass diese eindeutig konstruierbar sind.

SSS (Seite-Seite-Seite)
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in drei Seiten übereinstimmen.

SWS (Seite-Winkel-Seite)
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seitenlängen und dem eingeschlossen Winkel übereinstimmen.

WSW (Winkel-Seite-Winkel)
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seitenlänge und beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen.

SsW (Seite-Seite-Winkel gegenüber größeren Seite)
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seitenlängen und in jenem Winkel übereinstimmen, der der **längeren** Seite gegenüber liegt.

Konstruktion von Dreiecken

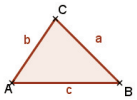
Beachte folgende Dinge bei der Konstruktion von Dreiecken.

- Zeichne zuerst eine Skizze und trage alle bekannten Größen farbig in die Skizze ein.
- Überlege, ob das Dreieck überhaupt konstruierbar ist (Innenwinkelsumme, Dreiecksungleichung, Seite-Winkel-Beziehung).
- Überlege, nach welchem Kongruenzsatz das Dreieck konstruierbar ist und führe die Konstruktion durch.
- Die Konstruktionslinien müssen **sauber gezeichnet** und **sichtbar** sein.
- Schreibe ein Konstruktionsablaufplan dazu (mathematische Kurzschreibweise reicht).

SSS

Geg.: Längen aller Seiten (a,b,c)

Skizze:

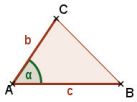


1. Zeichne Seite $c = \overline{AB}$.
2. Zeichne Kreis um A mit Radius $r_b = b$.
3. Zeichne Kreis um B mit Radius $r_a = a$.
4. Kreise schneiden sich im Punkt C.
5. Verbinde C mit A und B.

SWS

Geg.: Längen zweier Seiten (b,c)
& Maß des eingeschlossenen Winkels α

Skizze:

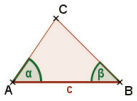


1. Zeichne Seite $c = \overline{AB}$.
2. Trage in A Winkel α an.
3. Zeichne Kreis um A mit Radius $r_b = b$.
4. Kreis schneidet Schenkel im Punkt C.
5. Verbinde C mit A und B.

WSW

Geg.: Länge einer Seite (c)
& Maß beider anliegender Winkel (α, β)

Skizze:

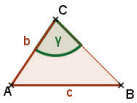


1. Zeichne Seite $c = \overline{AB}$.
2. Zeichne Kreis um A mit Radius $r_b = b$.
3. Zeichne Kreis um B mit Radius $r_a = a$.
4. Kreise schneiden sich im Punkt C.
5. Verbinde C mit A und B.

SsW

Geg.: Länge zweier Seiten (b,c)
& Maß des Winkels γ (liegt längeren Seite gegenüber)

Skizze:



1. Zeichne kürzere Seite $b = \overline{AC}$.
2. Zeichne Kreis um A mit Radius $r_c = c$.
3. Trage in C Winkel γ an.
4. Kreis schneidet Schenkel im Punkt B.
5. Verbinde C mit A und B.

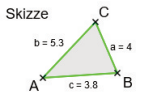
(cc) BY-SA

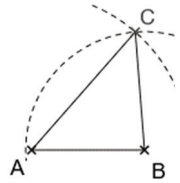
Übungen

Konstruiere die Dreiecke ABC (mit Skizze & Konstruktionsplan) sofern möglich.

a) $a = 6\ cm;\ \ b = 3\ cm; c = 4{,}5\ cm$
b) $a = 9\ cm; b = 7\ cm; c = 3{,}5\ cm$
c) $a = b = 5\ cm; c = 6\ cm$
d) $a = b = c = 4\ cm$
e) $b = 5\ cm; c = 4\ cm; \alpha = 60°$
f) $a = 6{,}5\ cm; b = 7\ cm; \gamma = 45°$
g) $c = 4\ cm; b = 4{,}5\ cm; \alpha = 50°$
h) $\beta = 100°; a = 3\ cm; c = 5\ cm$
i) $b = 6\ cm; \alpha = 60°\ cm; \gamma = 40°$
j) $c = 10\ cm; \alpha = 45°; \beta = \alpha$
k) $a = 5\ cm; \beta = 20°; \gamma = 130°$
l) $c = 11\ cm; \alpha = 90°; \beta = 100°$
m) $c = 8\ cm; b = 3{,}5\ cm; \gamma = 95°$
n) $b = 6\ cm; a = 7\ cm;\ \alpha = 30°$
o) $c = 6\ cm; \gamma = 60°; b = 7\ cm$
p) $a = 5\ cm; \alpha = 90°; c = 9\ cm$
q) $a = 6{,}6\ cm; b = 9{,}1\ cm; c = 5{,}2\ cm$
r) $a = 5{,}9\ cm; b = 5{,}4\ cm; \gamma = 102°$
s) $c = 6{,}4\ cm; \alpha = 82°; \beta = 101°$
t) $c = 7{,}3\ cm; \alpha = 72°; \beta = 24°$
u) $c = 6{,}4\ cm; a = 7{,}9\ cm; \beta = 98°$
v) $a = 4{,}9\ cm; b = 7{,}8\ cm; \alpha = 70°$
w) $a = 6{,}6\ cm; b = 7{,}5\ cm; c = 5\ cm$
x) $c = 6{,}5\ cm; \alpha = 90°; \beta = 40°$

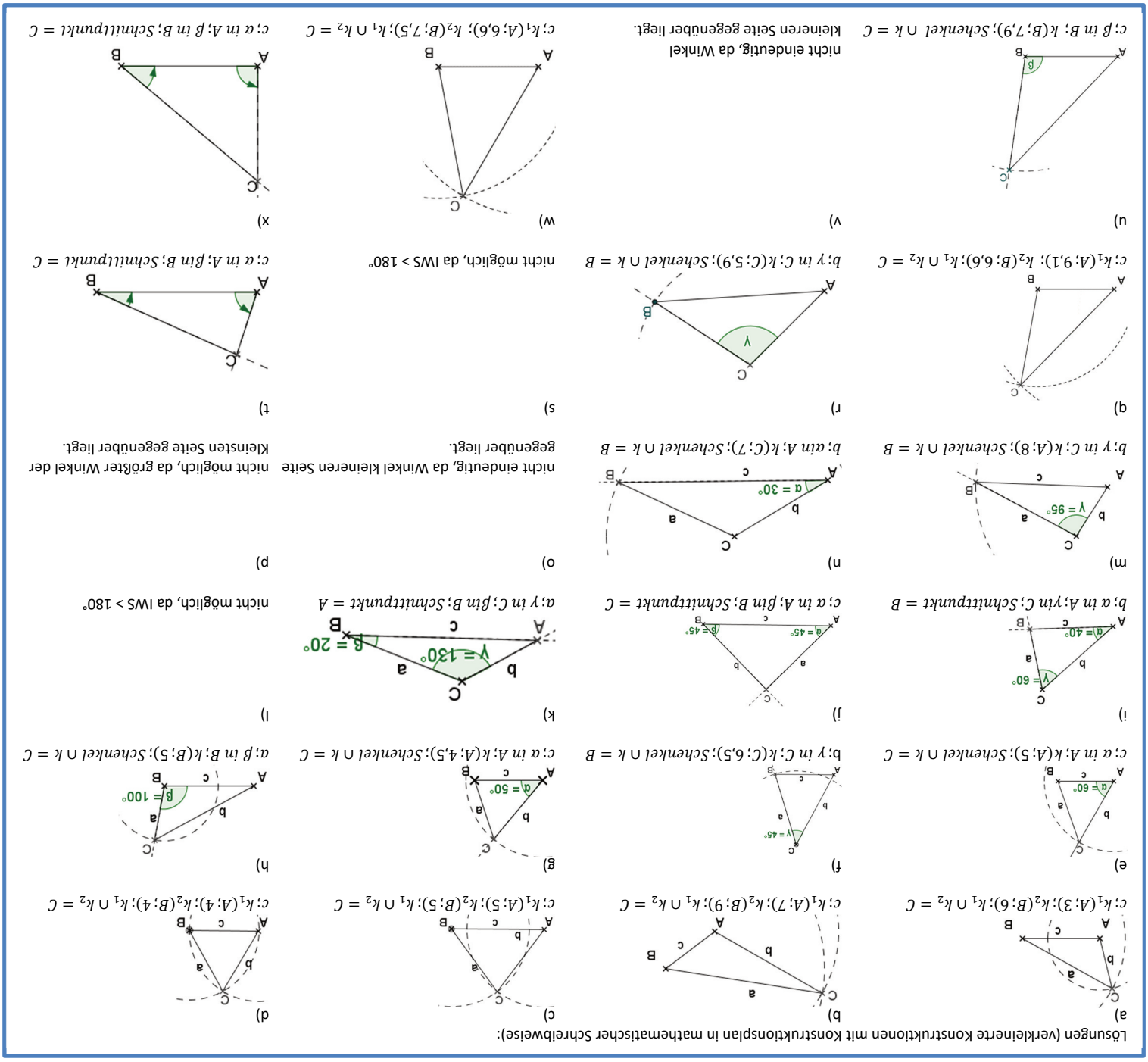
Bsp.:
a = 4 cm; b = 5,3 cm; c = 3,8 cm





- Zeichne $\overline{AB}$ mit $|\overline{AB}| = 3{,}8\ cm$
- Kreis um A mit Radius $|\overline{AC}| = 5{,}3\ cm$
- Kreis um B mit Radius $|\overline{VC}| = 4\ cm$
- Schnittpunkt ist Punkt C

Lösungen (verkleinerte Konstruktionen mit Konstruktionsplan in mathematischer Schreibweise):



(cc) BY-SA