

Körper

Das Volumen ist der räumliche Inhalt eines geometrischen Körpers. Übliches Formelzeichen ist V .

Prisma (FS S. 36)

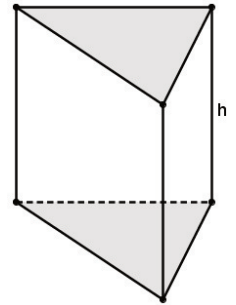
Bei einem Prisma sind Grund- und Deckfläche kongruent, sowie die Seitenkanten parallel zueinander.

Volumen: $V = G \cdot h$

Mantelfläche: $M = u \cdot h$

Oberfläche: $O = 2 \cdot G + M$

G = Grundfläche, h = Höhe;
 u = Umfang der Grundfläche



Spezialfall: Jeder **Würfel** und jeder **Quader** ist auch ein Prisma.

Pyramide (FS S. 37)

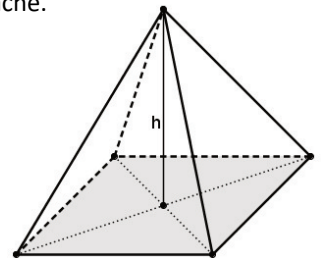
Jede Pyramide hat eine Spitze. Die Höhe der Pyramide ist der Abstand der Spitze zur Grundfläche. (Abstand $\hat{=}$ senkrecht)

Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Mantelfläche: $M = S_1 + S_2 + \dots + S_n$

Oberfläche: $O = G + M$

S_1, S_2, \dots, S_n sind die
Flächeninhalte der
Seitenflächendreiecke



Gerader Kreiszylinder (FS S. 38)

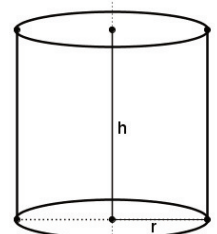
Entspricht einem Prisma, nur mit einem Kreis als Grundfläche

Volumen: $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$

Mantelfläche: $M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

Oberfläche: $O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h)$

r = Radius



Gerader Kreiskegel (FS S. 38)

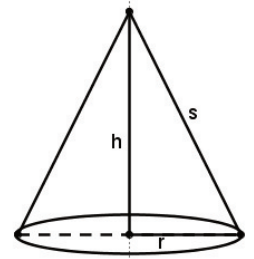
Entspricht der Pyramide, nur mit einem Kreis als Grundfläche

Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$

Mantelfläche: $M = r \cdot \pi \cdot s$

Oberfläche: $O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$

r = Radius, s = Seitenkante

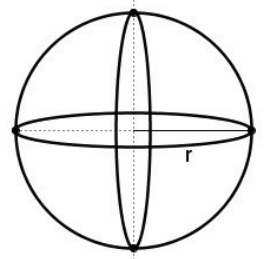


Kugel (FS S. 38)

Volumen: $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

Oberfläche: $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

r = Radius



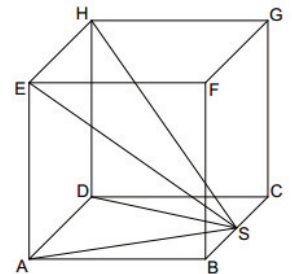
Satz des Cavalieri (für die aufgelisteten Körper)

Zwei Körper haben gleiches Volumen, wenn jeweils die Grund- und Deckflächen gleichen Flächeninhalt haben und die Körperhöhen gleich sind.

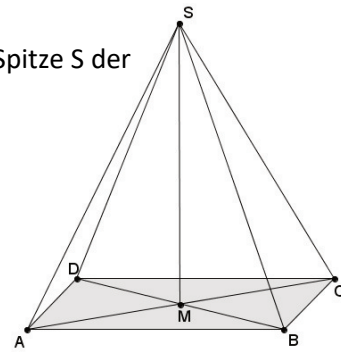
Erstelle Zeichnungen mit Bleistift und Lineal. Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

- 1) Berechne jeweils das Volumen folgender Körper.
 - a) Würfel_{ABCDEFGH}: $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$
 - b) Quader: $h = 7 \text{ cm}$; Grundfläche ist ein Rechteck mit Länge = 8 cm, Breite = 12 cm
 - c) Pyramide: $h = 10 \text{ cm}$; $G = 25 \text{ cm}^2$
 - d) Zylinder: $r = 8 \text{ cm}$; $h = 4,5 \text{ cm}$
 - e) Kegel: $h = 90 \text{ cm}$; $r = 7 \text{ cm}$
 - f) Kugel: $r = 6 \text{ cm}$
 - g) Halbkugel: $r = 20 \text{ cm}$
- 2) Das Prisma ABCDEF hat das rechtwinklige Dreieck ABC als Grundfläche. Es gilt: $\sphericalangle CBA = 90^\circ$; $\sphericalangle FED = 90^\circ$; $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$; $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$; $h = 20 \text{ cm}$. Berechne das Volumen, die Mantelfläche und die Oberfläche des Prismas ABCDEF.

- 3) Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des Würfels ABCDEFGH, dem die Pyramide ADHES einbeschrieben ist. Die Spitze S der Pyramide ADHES liegt auf der Kante [BC] des Würfels ABCDEFGH. Es gilt: $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$; $\overline{BS} = 4 \text{ cm}$. Berechne das Volumen des Würfels ABCDEFGH und der Pyramide ADHES sowie den prozentualen Anteil der Pyramide am Würfel.



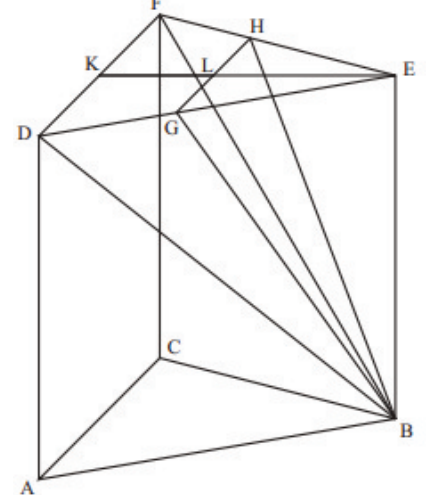
- 4) Die Skizze zeigt die Pyramide ABCDS mit dem Rechteck ABCD als Grundfläche. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M. Es gilt: $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$; $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$; $\overline{MS} = 10 \text{ cm}$; [AB] liegt auf der Schrägbildachse; $\omega = 45^\circ$; $q = 0,5$.
 - a) Zeichne das Schrägbild der Pyramide ABCDS.
 - b) Berechne das Volumen der Pyramide.



- 5) Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF mit dem gleichseitigen Dreieck ABC als Grundfläche. Die Strecke [GH] mit $G \in [DE]$ und $H \in [FE]$ ist parallel zur Strecke [DF]. Die Punkte K und L sind die Mittelpunkte der Strecken [DF] und [GH]. Die Fläche DGHF ist die Grundfläche der Pyramide DGHFB mit der Spitze B. Es gilt: $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$; $\overline{AD} = 6 \text{ cm}$; $\overline{KL} = 2 \text{ cm}$.

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide DGHFB.

[Teilergebnisse: $\overline{GH} = 3,7 \text{ cm}$; $\overline{EL} = 3,2 \text{ cm}$]



Lösungen: 1a) 64 cm^3 ; b) 672 cm^3 ; c) $83,33 \text{ cm}^3$; d) $904,8 \text{ cm}^3$; e) $4618,1 \text{ cm}^3$; f) $904,8 \text{ cm}^3$; g) $16755,2 \text{ cm}^3$;
 2) 240 cm^3 ;
 3) $V_{\text{Würfel}} = 512 \text{ cm}^3$; $V_{\text{Pyramide}} = 170,7 \text{ cm}^3$; $33,3\%$;
 4) $V_{\text{ABCD}} = 133,3 \text{ cm}^3$;
 5) $V_{\text{DGHFB}} = 19,4 \text{ cm}^3$