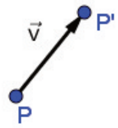
Parallelverschiebung

Scan mich

Ein Punkt P wird um den Vektor $\vec{v}$ verschoben.



Berechnen des Bildpunkts

Bsp.: Punkt P(6|3) wird um Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ auf P‘ verschoben.

a) Bilde den Ortspfeil $\overrightarrow{OP}$.

b) Addiere den Vektor zum Ortspfeil. Es entsteht der Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$

c) Wandle den Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$ in die Punktkoordinaten von P‘ um.

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{OP'} = \begin{pmatrix} 6+(-2) \\ 3+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$
$P'(4|8)$

Berechnen des Urpunkts

Bsp.: Punkt P wird um Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ auf P‘(9|-2) verschoben.

a) Bilde den Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$.

b) Subtrahiere den Vektor vom Ortspfeil. Es entsteht der Ortspfeil $\overrightarrow{OP}$

c) Wandle den Ortspfeil $\overrightarrow{OP}$ in die Punktkoordinaten von P um.

$$\overrightarrow{OP'} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 9-6 \\ -2-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$P(3|-1)$

Berechnen des Verschiebungsvektors

Bsp.: Punkt P(-2|-4) wird um Vektor $\vec{v}$ auf P‘(4|6) verschoben.

a) Bilde den Ortspfeil $\overrightarrow{OP}$ und $\overrightarrow{OP'}$.

b) Berechne die Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{PP'}$ über „Spitze minus Fuß“.

c) Der Pfeil ist Repräsentant des Verschiebungsvektors $\vec{v}$.

$$\overrightarrow{PP'} = \begin{pmatrix} 4-(-2) \\ 6-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} = \vec{v}$$

Berechnen des Bildpunkts bei funktionaler Abhängigkeit

Bsp.: Punkt P(x|2x-4) wird um Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$ auf P‘ verschoben.

a) Bilde den Ortspfeil $\overrightarrow{OP}$.

b) Addiere den Vektor zum Ortspfeil. Es entsteht der Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$

c) Wandle den Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$ in die Punktkoordinaten von P‘ um.

(Siehe Infoblatt 4.7)

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ 2x-4 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{OP'} = \begin{pmatrix} x+(-7) \\ 2x-4+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-7 \\ 2x-1 \end{pmatrix}$$
$P'(x-7|2x-1)$

Berechnen des Bildpunkts über 2x2-Matrix

Bsp.: Punkt P(1|-5) wird um Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf P‘ verschoben.

a) Bilde den Ortspfeil $\overrightarrow{OP}$.

b) Setze den Ortspfeil in die Formel für die Matrixmultiplikation ein.

c) Vereinfache. Du erhältst den Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$.

d) Wandle den Ortspfeil $\overrightarrow{OP'}$ in die Punktkoordinaten von P‘ um.

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OP'}$$
$P'(4|-7)$

Auch das Berechnen des Urpunkts bzw. des Verschiebungsvektors ist mit der 2x2-Matrix möglich.

Hinweis
Ein Ortspfeil ist der Pfeil vom Ursprung O(0|0) zum Punkt P.

Aufgaben:

1) Punkt P wird um Vektor $\vec{v}$ verschoben. Berechne die Koordinaten des Bildpunkts.

   a) P(8|3,5); $\vec{v} = \begin{pmatrix} 15 \\ -9 \end{pmatrix}$

   b) P(-3|-9); $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

   c) P(-6|8); $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2{,}2 \\ 3{,}6 \end{pmatrix}$

   d) P(x|0,5x+2) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 0{,}25 \end{pmatrix}$

Lösungen:

1)a) (23|-5,5); b) (-5|-10); c) (-3,8|11,6); d) (x-1,5|0,5x+2,25)