Potenzen und Potenzgesetze

In der Mathematik gibt es viele verkürzte Schreibweisen. So kann man die Addition vieler gleicher Zahlen verkürzt als Multiplikation schreiben, z.B. $4+4+4+4+4=5\cdot 4$.

Multipliziert man viele gleiche Zahlen, so kann dies ebenfalls verkürzt aufgeschrieben werden, z.B. $8\cdot 8\cdot 8\cdot 8=8^4$. Dies nennt man **Potenzieren**.

Basis (die große Zahl) $\rightarrow$ $$3^5$$ $\leftarrow$ Exponent (die kleine (Hoch-)Zahl)

Es gibt zudem einige Rechengesetze, die das Rechnen mit Potenzen vereinfachen.

Potenzen mit negativem Exponenten

z.B.: 3^{-2}

Potenzen mit positiver Basis, aber negativem Exponenten sind sehr kleine, aber immer noch positive Zahlen. Man kann sie jedoch wie folgt als Bruch mit positivem Exponenten schreiben:

a) Schreibe in den Zähler (oben) eine 1.
b) Schreibe in den Nenner (unten) die Potenz mit positivem Exponent.

$$2^{-4}=\frac{1}{2^4}$$
$$5^{-10}=\frac{1}{5^{10}}$$
$$x^{-3}=\frac{1}{x^3}$$

Potenzen mit <u>gleicher Basis</u> multiplizieren

z.B.: $3^2\cdot 3^5$

a) Die Basis bleibt gleich.
b) Die Exponenten werden addiert.

$$2^5\cdot 2^7=2^{12}$$
$$8^9\cdot 8^{-15}=8^{-6}$$
$$x^5\cdot x^2=x^7$$
$$a^{-2}\cdot a^{-4}=a^{-6}$$
$$(-2)^2\cdot(-2)^3=(-2)^5$$

Potenzen mit <u>gleicher Basis</u> dividieren

z.B.: $6^3:6^7$ oder $\frac{6^3}{6^7}$

a) Die Basis bleibt gleich.
b) Die Exponenten werden subtrahiert.

Hinweis: Beachte, dass ein Bruch nichts anderes als eine Division ist.

$$2^{15}:2^7=2^8$$
$$7^2:7^{-4}=7^6$$
$$x^3:x^5=x^{-2}$$
$$\frac{5^8}{5^5}=5^3$$

Potenzen potenzieren

z.B.: $(3^2)^5$

a) Die Basis bleibt gleich.
b) Die Exponenten werden multipliziert.

$$(2^5)^3=2^{15}$$
$$(8^3)^2=8^6$$
$$(12^{-4})^2=12^{-8}$$
$$(x^3)^7=x^{21}$$

Potenzen mit <u>gleichem Exponent</u> multiplizieren

z.B.: $3^3\cdot 5^3$

a) Der Exponent bleibt gleich.
b) Die Basen werden multipliziert.

$$1^7\cdot 4^7=(1\cdot 4)^7$$
$$15^{-2}\cdot 2^{-2}=(15\cdot 2)^{-2}$$
$$x^8\cdot y^8=(x\cdot y)^8$$
$$(-2)^2\cdot 5^2=(-2\cdot 5)^2$$

Potenzen mit <u>gleichem Exponent</u> dividieren

z.B.: $10^7:5^7$ oder $\frac{10^7}{5^7}$

a) Der Exponent bleibt gleich.
b) Die Basen werden dividiert.

Hinweis: Beachte, dass ein Bruch nichts anderes als eine Division ist.

$$2^{15}:6^{15}=(2:6)^{15}$$
$$9^{-5}:3^{-5}=(9:3)^6$$
$$x^8:y^8=(x:y)^8$$
$$\frac{4^3}{8^3}=\left(\frac{4}{8}\right)^3$$

Gut zu wissen:

- Ist der Exponent 0, so ist der Potenzwert immer 1.
- Ist der Exponent 1, so kann man diesen weglassen.
- Hat eine Zahl keine Exponenten, so ist er automatisch 1.
- Ist die Basis 10, kannst du am Exponenten ablesen, wie viele Nullen die Zahl hat.
- Ist die Basis 0 (oder 1), so ist der Potenzwert auch 0 (oder 1)
  - Ausnahme: $0^0=1$

Übungen

1) Forme so um, dass du einen positiven Exponenten hast!

a) $3^{-2} =$ b) $5^{-7} =$ c) $10^{-2} =$ d) $1^{-19} =$ e) $(-2)^{-2} =$

f) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$ g) 33^{-6} h) 25^{-9} i) 919^{4-5} j) $(-20)^{-90} =$

2) Vereinfache mit Hilfe der Potenzgesetze!

a) $3^2 \cdot 3^9 =$ b) $5^4 \cdot 5^7 =$ c) $9^{13} \cdot 9^{-2} =$ d) $1^{27} \cdot 1^3 =$ e) $4^4 \cdot 4^{-8} =$

f) $7^5 : 7^9 =$ g) $33^{15} : 33^{14} =$ h) $11^{-17} : 11^{-3} =$ i) $9^{-3} : 9^{-5} =$

j) $(3^3)^3 =$ k) $(5^7)^2 =$ l) $(4^{-2})^{-9} =$ m) $(4^{-2})^2 =$ n) $((-1)^9)^2 =$

o) $2^7 \cdot 9^7 =$ p) $9^3 \cdot 2^3 =$ q) $4^3 \cdot 4^3 =$ r) $(-2)^5 \cdot 2^5 =$ s) $5^4 \cdot 3^4 =$

t) $15^3 : 3^3 =$ u) $9^7 : 4{,}5^7 =$ v) $18^5 : 2^5 =$ w) $2^9 : 9^9 =$ x) $100^{-2} : 10^{-2} =$

3) Berechne! (Nutze die Potenzgesetze)

a) $3^9 \cdot 3^{-8} =$ b) $\frac{5^7}{5^6} =$ c) $10^3 \cdot 10^4 =$ d) $7^{-3} \cdot 7^3 =$ e) $5^9 : 5^7 =$

f) $5^9 \cdot 2^9 =$ g) $3^3 + 3^4 =$ h) $1^{27} \cdot 1^{63} =$ h) $0^3 \cdot 0^{33} =$ i) $3^7 \cdot 0^7 =$

j) $\frac{1}{4^4} \cdot 4^4 =$ k) $\frac{1}{2^2} : \frac{1}{2^2} =$ l) $\frac{6^3}{2^3} =$ m) $7^5 : 7^6 =$ n) $3^{99} \cdot 3^{99} : 3^{200} =$

Lsg. zu Nr.1) a) $\frac{1}{3^2}$; b) $\frac{1}{5^7}$; c) $\frac{1}{10^2}$; d) $\frac{1}{1^{19}}$; e) $\frac{1}{(-2)^2}$; f) $\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2^2$; g) $\frac{1}{33^6}$; h) $\frac{1}{25^9}$; i) $\frac{1}{919^1}$; j) $\frac{1}{(-20)^{90}}$

Nr.2 a) 3^{11}; b) 5^{11}; c) 9^{11}; d) 1^{30}; e) 4^{-4}; f) 7^{-4}; g) 33^1; h) 11^{-13}; i) 9^2; j) 3^9; k) 5^{14}; l) 4^{18}; m) 4^{-4}; n) $(-1)^{18}$; o) $(2 \cdot 9)^7$; p) $(9 \cdot 2)^3$; q) $(4 \cdot 4)^3 = 4^6$; r) $(-2 \cdot 2)^5$; s) $(5 \cdot 3)^4$; t) $(15:3)^3$; u) $(9:4{,}5)^7$; v) $(18:2)^5$; w) $(2:9)^9$; x) $(100:10)^{-2}$

Lösungen der Größe nach sortiert

Nr. 3: 0; 0; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{7}$; 1; 1; 1; 1; 3; 5; 25; 27; 90; 10000000; 1000000000;