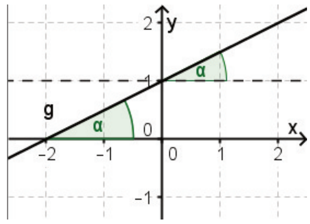
Steigung mit Tangens

Beachte: Stelle deinen GTR auf DEG über [SETUP] $\longrightarrow$ *B* $\longrightarrow$ *Deg*



Steigung m einer Geraden

Die X-Achse (oder eine Parallele zur X-Achse) und die Gerade g spannen einen Steigungswinkel α auf. Das Maß des Steigungswinkels hängt dabei von der Steigung m der Geraden mit $y = m \cdot x + t$ ab.

Es gilt: $$\tan\alpha = m \qquad (mit\ \alpha \neq 90°)$$

Geraden mit positiver Steigung m

a) Geradengleichung aufstellen
- Geg.: Steigungswinkel α; y-Achsenabschnitt t
  - in die allgemeine Geradengleichung $y = m \cdot x + t$ einsetzen.
- Geg.: Steigungswinkel α; Punkt P $(P \in g)$
  - α und Punktkoordinaten in die allgemeine Geradengleichung einsetzen
  - Y-Achsenabschnitt t berechnen
  - Steigung m und t in die allgemeine Geradengleichung einsetzen.

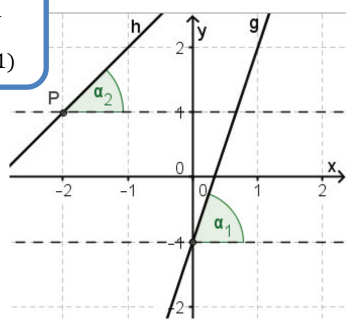
$\alpha = 60°; t = 7$
$y = \tan 60° \cdot x + 7$
$\Leftrightarrow y = 1{,}73 \cdot x + 7$

$\alpha = 60°; P(3|2)$
$2 = \tan 60° \cdot 3 + t \Leftrightarrow t = -3{,}20$
$\Leftrightarrow y = -1{,}73 \cdot x - 3{,}20$

b) Gerade mit dem Steigungswinkel einzeichnen
- Geg.: y-Achsenabschnitt t
  - Punkt einzeichnen
  - zeichne Parallele zur x-Achse durch t ein
  - trage am Punkt den Steigungswinkel an.
- Geg.: Punkt P $(P \in g)$
  - zeichne P ein
  - zeichne Parallele zur x-Achse durch P ein
  - trage an P den Steigungswinkel an.

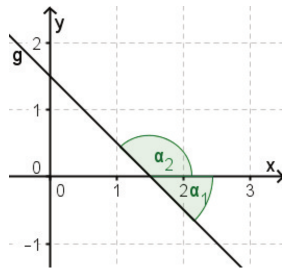
$g: \alpha_1 = 72°; t = -1$

$h: \alpha_2 = 45°; P(-2|1)$



Geraden mit negativer Steigung m

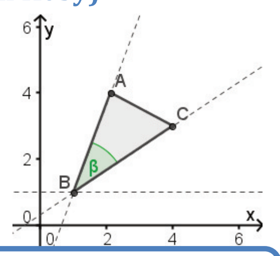
Funktioniert gleich wie mit positiver Steigung. Beachte jedoch:



- Ist die Steigung m negativ, so kann für die Berechnung des Steigungswinkel ein negativer Winkel herauskommen.
- Negative Winkel werden beginnend an der x-Achse **mit dem Uhrzeigersinn** eingezeichnet.
- Es gilt: $-\tan\alpha = \tan(180° - \alpha)$. Das heißt, anstatt einen negativen Winkel $-\alpha$ mit dem Uhrzeigersinn einzuzeichnen, kann auch ein Winkel ganz normal gegen den Uhrzeigersinn gezeichnet werden, der $180° - \alpha$ groß ist.

Berechnen eines Winkels zwischen zwei Geraden (oder Drei-/Vierecksseiten im KoSy)

- Soll der Winkel zwischen zwei Drei-/Vierecksseiten berechnet werden, so braucht man erst die Steigung der Geraden, die durch diese Seiten verlaufen (FS S. 12; $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$)
- Berechne den Steigungswinkel α_1 der ersten Geraden.
- Berechne den Steigungswinkel α_2 der zweiten Geraden.
- Ziehe vom größeren Winkel den kleineren Winkel ab $(\alpha_1 - \alpha_2 \quad | für\ \alpha_1 > \alpha_2)$



Suplementbeziehung und negativ orientierte Winkel (FS S.40-41)

negativ orientiere Winkel	Supplementbeziehungen (Ergänzung zu 180°)	
$\sin -\alpha = -\sin\alpha$	$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$	
$\cos -\alpha = \cos\alpha$	$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$	$\alpha \in [0°; 90°]$
$\tan -\alpha = -\tan\alpha$	$\tan(180° - \alpha) = -\tan\alpha$	

Weiter gilt: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

A(2|4); B(1|1); C(4|3)

$m_1 = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = 3$

$m_2 = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = 0{,}66$

$\tan\alpha_1 = 3 \Leftrightarrow \alpha_1 = 71{,}57°$
$\tan\alpha_2 = 0{,}66 \Leftrightarrow \alpha_1 = 33{,}42°$

$\beta = 71{,}57° - 33{,}42° = 38{,}15°$

Aufgaben: Runde wenn nicht anders angegeben auf zwei Nackommastellen

1) Berechne den Steigungswinkel folgender Geraden!
   a) $y = 2x + 3$ b) $y = 5x + 2$ c) $y = 0{,}25x - 2$ d) $y = 3x$
   e) $y = -3x - 2$ f) $y = -0{,}3x + 7$ g) $y = -1{,}2x + 3$ h) $y = -6x$

2) Stelle aus folgenden Angaben eine Geradengleichung der Geraden g auf $(P \in g)$
   a) $\alpha = 70°; t = 5$ b) $\alpha = 25°; t = 0{,}5$ c) $\alpha = 30°; t = 9$ d) $\alpha = 15°; t = 0$
   e) $\alpha = 35°; P(1|1)$ f) $\alpha = 65°; P(3|2)$ g) $\alpha = 89°; P(7|-2)$ h) $\alpha = 90°; P(7|3)$
   i) $\alpha = 120°; P(-2|-5)$ j) $\alpha = -20°; P(-1|-3)$ k) $\alpha = -80°; P(-5|-10)$
   l) $\alpha = 145°; t = -3$ m) $\alpha = 5°; P(-1|5)$ n) $\alpha = 180°; P(0|0)$

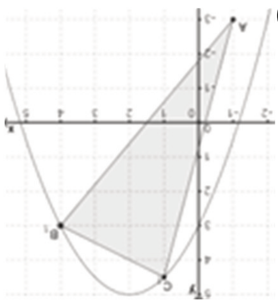
3) Berechne den Winkel von der Geraden g zur Geraden h.
   a) $g: y = 0{,}5x + 2; h: y = 2x + 7$ b) $g: y = 2x + 9; h: y = 8x + 1$
   c) $g: y = 0{,}25x + 2; h: y = 10x$ d) $g: y = -2x + 1; h: y = 2x + 4{,}5$
   e) $g: y = -3x - 1; h: y = -0{,}7x + 2{,}5$ f) $g: y = -0{,}75x - 3; h: y = 3x - 3$

4) Gegeben ist das Dreieck ABC. Berechne den Winkel zwischen den angegebenen Seiten.
   a) A(3|2);B(6|-1);C(5|9); Berechne Winkel α zwischen den Strecken [AB] und [AC]
   b) A(-5|8); B(-7|3); C(0|-2); Berechne Winkel β zwischen den Strecken [BC] und [BA]
   c) A(-5|8); B(-7|3); C(0|-2); Berechne Winkel γ zwischen den Strecken [CB] und [CA]

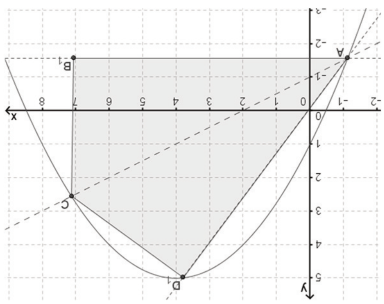
5) Gegeben ist die Parabel p mit $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$. Punkte $B_n(x|-0{,}5x^2 + 2x + 3)$ und C_n auf der Parabel p sind zusammen mit dem Punkt A(-1|-3) Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 3 kleiner als die Abszisse x der Punkte B_n.
   Zeichnen Sie das Dreieck AB_1C_1 für x = 4 in ein Koordinatensystem ein.
   Es gilt: $LE\ 1cm;\ -4 \leqq x \leqq 7;\ -8 \leqq y \leqq 6$.
   Im Dreieck AB_1C_1 besitzt der Winkel $\sphericalangle B_1AC_1$ das Maß α. Berechnen Sie α.

6) Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 2x + 1$ und die Gerade g die Gleichung $y = 0{,}5x - 1$. Die Parabel p und die Gerade g schneiden sich in Punkten A(-1,12|-1,56) und C(7,12|2,56). Die Punkte $D_n(x|-0{,}25x^2 + 2x + 1)$ auf der Parabel p sind zusammen mit den Punkten A und C sowie den Punkten B_n Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit der gemeinsamen Symmetrieachse g.
   Die Seite $[AB_1]$ des Drachenvierecks AB_1CD_1 verläuft parallel zur x-Achse. Zeichne das Drachenviereck AB_1CD_1 in ein Koordinatensystem und berechnen sodann das Maß α des Winkels B_1AD_1.
   [Für KoSy gilt: $LE = 1\ cm;\ -4 \leqq x \leqq 11;\ -6 \leqq y \leqq 8$]

Lösungen:
1a) α=63,43°; b) α=78,69°; c) α=14,04°; d) α=71,57°; e) α=108,43°; f) α=163,30°; g) α=129,81°; h) α=99,46°
2a) y=2,75x+5; b) y=0,47x+0,5; c) y=0,58x+9; d) y=0,27x; e) y=0,7-0,3; f) y=2,14x-4,43; g) y=57,29x-403,03; h) -; i) y=-1,73x-8,46; j) y=-0,36x-3,36; k) y=-5,67x+-38,36; l) y=-0,7x-3; m) y=0,09x+5,09; n) y=0x+0=0
3a) α=36,87°; b) α=19,44°; c) α=70,25°; d) α=126,87°; e) α=36,57°; f) α=108,43°
4a) m_1=-1; m_2=3,5; α=119,05°; b) m_1=-0,71; m_2=0,14; α=43.34°; c) m_1=-0,71; m_2=-2; α=28.06°;
5) A(-1|-3); B_1(4|3); C1(1|4,5); $m_{AB} = 1{,}2$; $m_{AC} = 3{,}75$; α=24,87°
6) $m_{AC} = 0{,}5$; $\sphericalangle CAB_1 = 26{,}57°$; $\sphericalangle D_1AB_1 = 53{,}14°$



zu 5)



zu 6)