

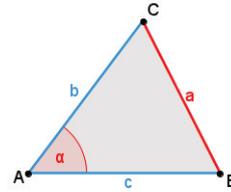


# Cosinussatz - Äquivalenzumformung

## Cosinussatz

### Berechnen einer Seite

Bsp.:  $\overline{BC} = ?$ ;  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ;  $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$ ;  $\sphericalangle BAC = 50^\circ$



- 1) Stelle den Kosinussatz auf. Beginne mit der Seite, die gegenüber vom bekannten Winkel liegt.
- 2) Setze die bekannten Größen in den Kosinussatz ein.
- 3) Löse nach der gesuchten Seite auf, in dem du die Wurzel ziehst.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle BAC \quad (1)$$

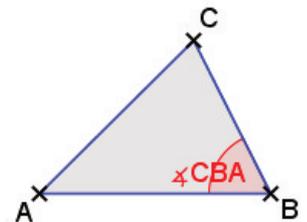
$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 50 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 50} \quad (3)$$

$$= 6,13 \text{ cm}$$

### Berechnen eines Winkels

Bsp.:  $\overline{BC} = 9$ ;  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ;  $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$ ;  $\sphericalangle CBA = ?$



- 1) Stelle den Kosinussatz auf. Beginne mit der Seite, die gegenüber vom bekannten Winkel liegt.
- 2) Setze die bekannten Größen in den Kosinussatz ein.
- 3) Löse die Gleichung nach dem gesuchten Winkelmaß auf.
  - a) Strichumformung: Subtrahiere die beiden am Winkel anliegenden Katheten.
  - b) Punktumformung: Teile die Gleichung durch den Term vor „cos Winkel“.
  - c) Umkehrfunktion  $\cos^{-1}$ .

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 8^2 = 5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos \sphericalangle CBA \quad | -5^2 - 9^2 \quad (2) \quad | (3a)$$

$$\Leftrightarrow 8^2 - 5^2 - 9^2 = -2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos \sphericalangle CBA \quad | : (-2 \cdot 5 \cdot 9) \quad (3b)$$

$$\Leftrightarrow \frac{8^2 - 5^2 - 9^2}{-2 \cdot 5 \cdot 9} = \cos \sphericalangle CBA \quad (3c)$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle CBA = \cos^{-1} \left( \frac{8^2 - 5^2 - 9^2}{-2 \cdot 5 \cdot 9} \right)$$

$$= 62,18^\circ$$

### Kompaktschreibweise

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow 8^2 = 5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle CBA = \cos^{-1} \left( \frac{8^2 - 5^2 - 9^2}{-2 \cdot 5 \cdot 9} \right)$$

$$= 62,18^\circ$$

### Umstellungsschritte

$$\underbrace{8^2}_{\text{Bleibt}} = \underbrace{5^2 + 9^2}_{\text{VZ umdrehen}} - \underbrace{2 \cdot 5 \cdot 9}_{\text{In den Nenner}} \cdot \underbrace{\cos \sphericalangle CBA}_{\text{cos}^{-1} | \sphericalangle CBA =}$$

Lies von rechts nach links.